

# KP – ŘEZ JEHLANU

## STŘEDOVÁ KOLINEACE V ROVINĚ

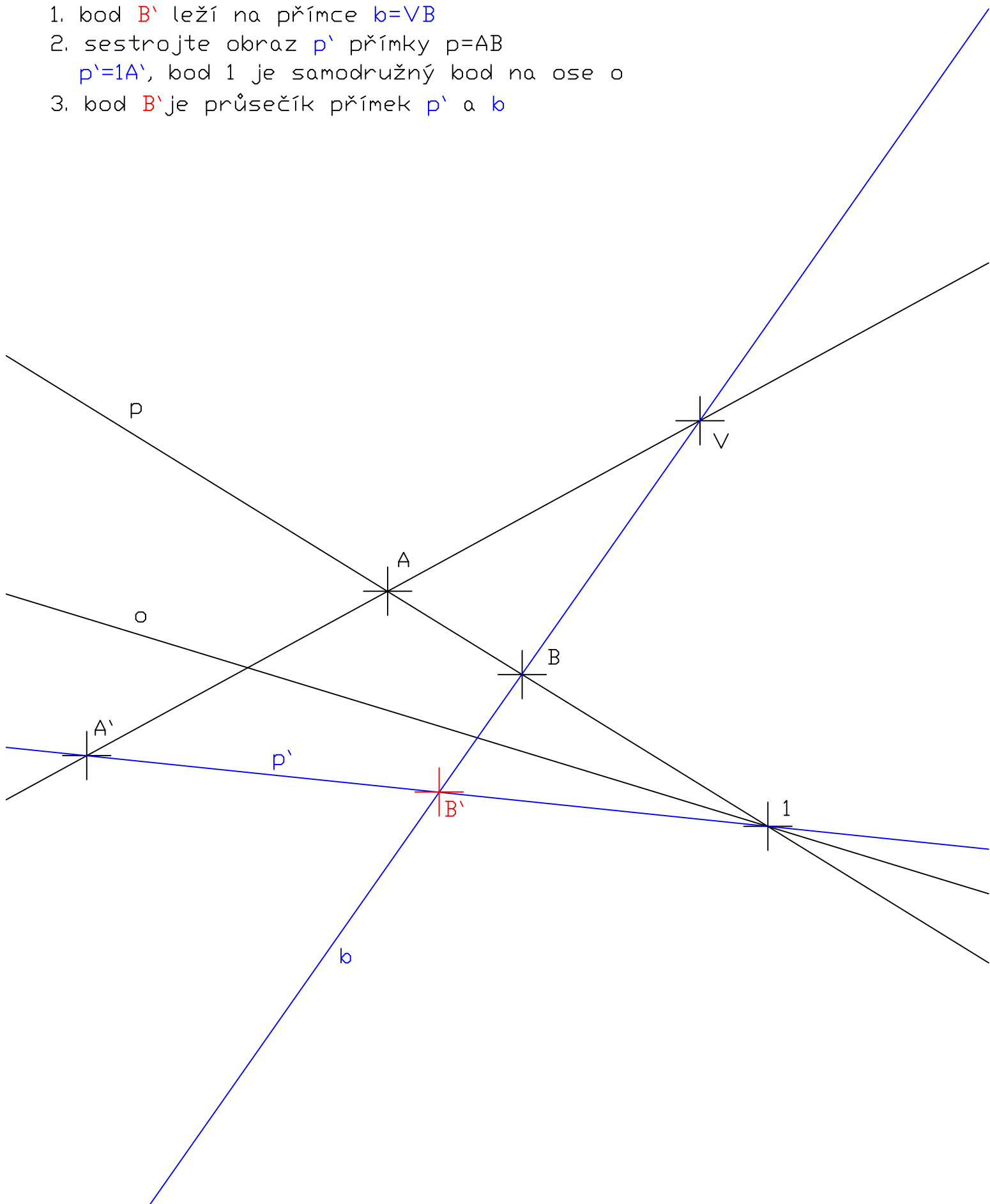
Středová kolineace v rovině je zobrazení v rovině, pro které platí:

- existuje samodružný bod  $V$ , tzv. střed kolineace,
- existuje přímka samodružných bodů, tzv. osa kolineace  $o$ , (bod  $V$  může, ale nemusí být bodem osy),
- pokud bod  $A$  neleží na ose a nesplývá s bodem  $V$ , pak spojnice bodu  $A$  a jeho obrazu  $A'$  prochází středem kolineace  $V$ ,
- obrazem přímky v kolineaci je přímka,
- každá přímka procházející středem kolineace  $V$  je samodružná přímka, tj. každý bod takové přímky má obraz na této přímce,
- pokud přímka  $p$  ( $p \neq o$ ) neprochází středem kolineace a má společný bod se svým obrazem  $p'$ , leží tento bod  $p \cap p'$  na ose kolineace.

Středová kolineace v rovině je jednoznačně určena středem kolineace  $V$ , osou kolineace  $o$  a dvojicí odpovídajících si bodů  $A, A'$  (bod  $A$  neleží na ose  $o$ ,  $A \neq V$ ); značíme  $K(V, o, A \leftrightarrow A')$ .

Př. Sestrojte obraz bodu B v kolineaci  $K(V, o, A \leftrightarrow A')$ .

1. bod  $B'$  leží na přímce  $b=VB$
2. sestrojte obraz  $p'$  přímky  $p=AB$   
 $p'=1A'$ , bod 1 je samodružný bod na ose  $o$
3. bod  $B'$  je průsečík přímek  $p'$  a  $b$



# ŘEZ JEHLANU

Je dán libovolný jehlan s vrcholem  $V$ , dále je dána rovina  $\rho$ , která neprochází bodem  $V$ . Je-li průnik jehlanu s rovinou  $\rho$  neprázdný, je mezi podstavou jehlanu a řezem jehlanu rovinou  $\rho$  vztah prostorové kolineace.

Střed kolineace = vrchol jehlanu  $V$

Osa kolineace = průsečnice roviny podstavy a roviny řezu  $\rho$

Dvojice odpovídajících si bodů: vrchol podstavy  $A$ , který neleží na ose  $\leftrightarrow$  průsečík  $A'$  přímky  $AV$  s rovinou  $\rho$ .

Zobrazujeme-li jehlan a jeho řez rovinou  $\rho$  ( $V \notin \rho$ ) v rovnoběžném promítání, využíváme středovou kolineaci v rovině, která je vlastně "obrazem" prostorové kolineace (rovnoběžným průmětem prostorové kolineace).

Střed kolineace = průmět vrcholu jehlanu  $V$

Osa kolineace = průmět průsečnice roviny podstavy a roviny řezu  $\rho$

Dvojice odpovídajících si bodů : průmět vrcholu podstavy  $A$  ( $A$  neleží na ose)  $\leftrightarrow$  průmět průsečíku  $A'$  přímky  $AV$  s rovinou  $\rho$ .

Toto nefunguje vždy. Pokud nastanou některé speciální případy (např. v rovnoběžném promítání je obrazem podstavy úsečka nebo obrazem roviny řezu je přímka), nelze kolineaci použít.

# ZADÁNÍ – JEHLAN

- ① Zadání: A4 na výšku, VP: 0 [13;16] , osa z svíslá,  $\omega=150^\circ$

Je dán pravidelný šestiboký jehlan s podstavou ABCDEF o středu S v půdorysně  $\pi(x,y)$ , A[1;4;0], B[4;2;0]  $x_s > x_A$ , výška jehlanu je 10, z-ová souřadnice vrcholu V je kladná.

Zobrazte řez jehlanu rovinou  $\rho(6;-9;2,5)$ , stanovte viditelnost.

- ② Zadání: A4 na výšku, KP: 0[7,5;14],  $\omega=135^\circ$ ,  $q=1/2$   
Je dán pravidelný šestiboký jehlan s podstavou o středu S[7;5;0] a vrcholu A[2,5;1;0] v rovině  $\pi(x,y)$ , výška jehlanu  $v=12$ ,  $z_v > 0$  (V vrchol).

Zobrazte řez jehlanu rovinou  $\rho(18;12;11)$ , stanovte viditelnost.

- ③ Zadání: A4 na výšku, KP: 0[8,5;6],  $\omega=240^\circ$ ,  $q=4/5$   
PODHLÉD!

Je dán kosý pětiboký jehlan s pravidelnou podstavou v rovině  $\alpha$  rovnoběžné s půdorysnou  $\pi(x,y)$ , S[0;6;13] je střed podstavy, A[5;6;13] je bod podstavy, V[8;0;0] je vrchol.

Zobrazte řez tělesa rovinou  $\rho(15;11;18)$ , stanovte viditelnost.

- ④ Zadání: A4 na výšku, KP: 0[8;14],  $\omega=135^\circ$ ,  $q=1/2$   
Je dán kosý čtyřboký jehlan s pravidelnou podstavou v nárysně  $\nu(x,z)$ , A[4;0;0] je bod podstavy, S[3,5;0;3,5] je střed podstavy, V[4;10;0] je vrchol jehlanu.

Zobrazte řez jehlanu rovinou  $\rho(14;8;14)$ , stanovte viditelnost.

- ⑤ Zadání: A4 na výšku, KP:  $O[14;13]$ ,  $\omega=135^\circ$ ,  $q=1/2$   
Je dán pravidelný osmiboký dutý jehlan s  
podstavou v rovině  $\alpha$  rovnoběžné s půdorysnou.  
Bod  $S[10;0;10]$  je střed podstavy, bod  $A[10;6;10]$  je  
vrchol podstavy, bod  $V[10;0;0]$  je vrchol jehlanu.

Zobrazte řez dutého jehlanu rovinou  $\rho$   $(K;L;M)$ ,  
 $K[0;0;15]$   $L[16;0;0]$   $M[30;13;0]$ . Stanovte viditelnost.

- ⑥ Zadání: A4 na šířku, KP:  $O[6;2]$ ,  $\omega=315^\circ$ ,  $q=1$   
PODHLÉD!  
Je dán pravidelný šestiboký dutý jehlan s  
podstavou v nárysně  $\nu(x,z)$ .  $S[5;0;6]$  je střed  
podstavy. Bod podstavy  $A[5;0;1]$ . Výška jehlanu je  
15, y-ová souřadnice vrcholu  $V$  je kladná.

Zobrazte řez dutého jehlanu rovinou  $\rho(25;10;16,5)$ .  
Stanovte viditelnost.

- ⑦ Zadání: A4 na výšku, KP:  $O[7,5;14]$ ,  $\omega=135^\circ$ ,  $q=1/2$   
Je dán pravidelný šestiboký jehlan s podstavou  
o středu  $S[7;5;0]$  a vrcholu  $A[2,5;1;0]$  v rovině  
 $\pi(x,y)$ , vrcholy podstavy označte proti směru  
hodinových ručiček. Výška jehlanu  $v=12$ , z-ová  
souřadnice vrcholu  $V$  je kladná. Dále je dána  
přímka  $p=RQ$ ,  $R=[3,0,0]$ ,  $Q=[6,7,0]$ .

Zobrazte řez jehlanu rovinou  $\rho$ , která obsahuje  
přímku  $p$  a je rovnoběžná s hranou  $CV$ .  
Stanovte viditelnost.

① Zadání: A4 na výšku, VP: 0 [13;16] , osa z svislá,  $\omega=150^\circ$

Je dán pravidelný šestiboký jehlan s podstavou ABCDEF o středu S v půdorysně  $\pi(x,y)$ , A[1;4;0], B[4;2;0]  $x_s > x_A$ , výška jehlanu je 10, z-ová souřadnice vrcholu V je kladná.

Zobrazte řez jehlanu rovinou  $\rho$  (6;-9;2,5), stanovte viditelnost.

Řešení:

1. Určíme středovou kolineaci:

Střed kolineace = vrchol V

Osa kolineace o = průsečnice roviny podstavy  $\pi$  a roviny řezu  $\rho$   
= půdorysná stopa roviny  $\rho$

dvojice odpovídajících si bodů:  $F \leftrightarrow F' = FV \cap \rho$  (krycí přímka k)

2. Další body řezu sestrojíme s využitím kolineace, body 1, 2, 3 a 4 jsou samodružné body (konstrukce byly provedeny v pořadí podle čísel)

3. řezem je šestiúhelník A'B'C'D'E'F'



- ② Zadání:  $A_4$  na výšce,  $KP: 0[7,5;14]$ ,  $\omega=135^\circ$ ,  $q=1/2$   
Je dán pravidelný šestiboký jehlan s podstavou o středu  $S[7;5;0]$  a vrcholu  $A[2,5;1;0]$  v rovině  $\pi(x,y)$ , výška jehlanu  $v=12$ ,  $z_v>0$  ( $V$  vrchol).

Zobrazte řez jehlanu rovinou  $\rho(18;12;11)$ , stanovte viditelnost.

Řešení:

1. Určíme středovou kolineaci:

Střed kolineace = vrchol  $V$

Osa kolineace  $o$  = průsečnice roviny podstavy  $\pi$  a roviny řezu  $\rho$   
= půdorysná stopa roviny  $\rho$

dvojice odpovídajících si bodů:  $A \leftrightarrow A' = AV \cap \rho$  (krycí přímka  $k$ )

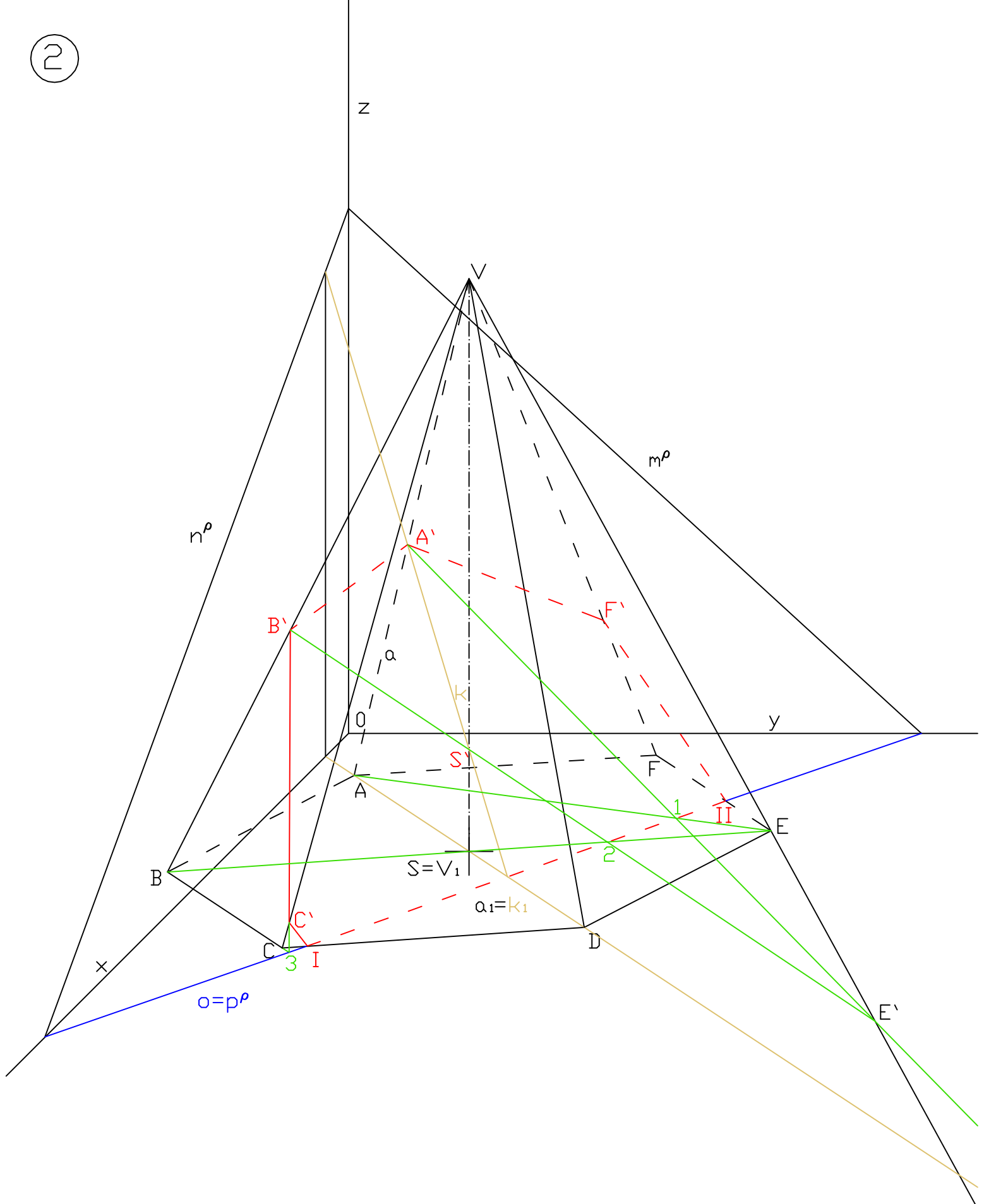
2. Body  $I = CD \cap p^\rho$ ,  $II = EF \cap p^\rho$  jsou samodružné body, úsečka  $I II$  je částí řezu

3. Další body řezu sestrojíme s využitím kolineace, body 1, 2, 3 jsou samodružné body (konstrukce byly provedeny v pořadí podle čísel)

4. Řezem je šestiúhelník  $A'B'C'I II F'$



2



③ Zadání: A4 na výšku, KP:  $0[8,5;6]$ ,  $\omega=240^\circ$ ,  $q=4/5$   
PODHLÉD!

Je dán kosý pětiboký jehlan s pravidelnou podstavou v rovině  $\alpha$  rovnoběžné s půdorysnou  $\pi(x,y)$ ,  $S[0;6;13]$  je střed podstavy,  $A[5;6;13]$  je bod podstavy,  $V[8;0;0]$  je vrchol.

Zobrazte řez tělesa rovinou  $\rho(15;11;18)$ , stanovte viditelnost.

Řešení:

1. Určíme středovou kolineaci:

Střed kolineace = vrchol  $V$

Os kolineace  $o$  = průsečnice roviny podstavy  $\alpha$  a roviny řezu  $\rho$   
dvojice odpovídajících si bodů:  $S \leftrightarrow S' = SV \cap \rho$  (krycí přímka  $k$ )

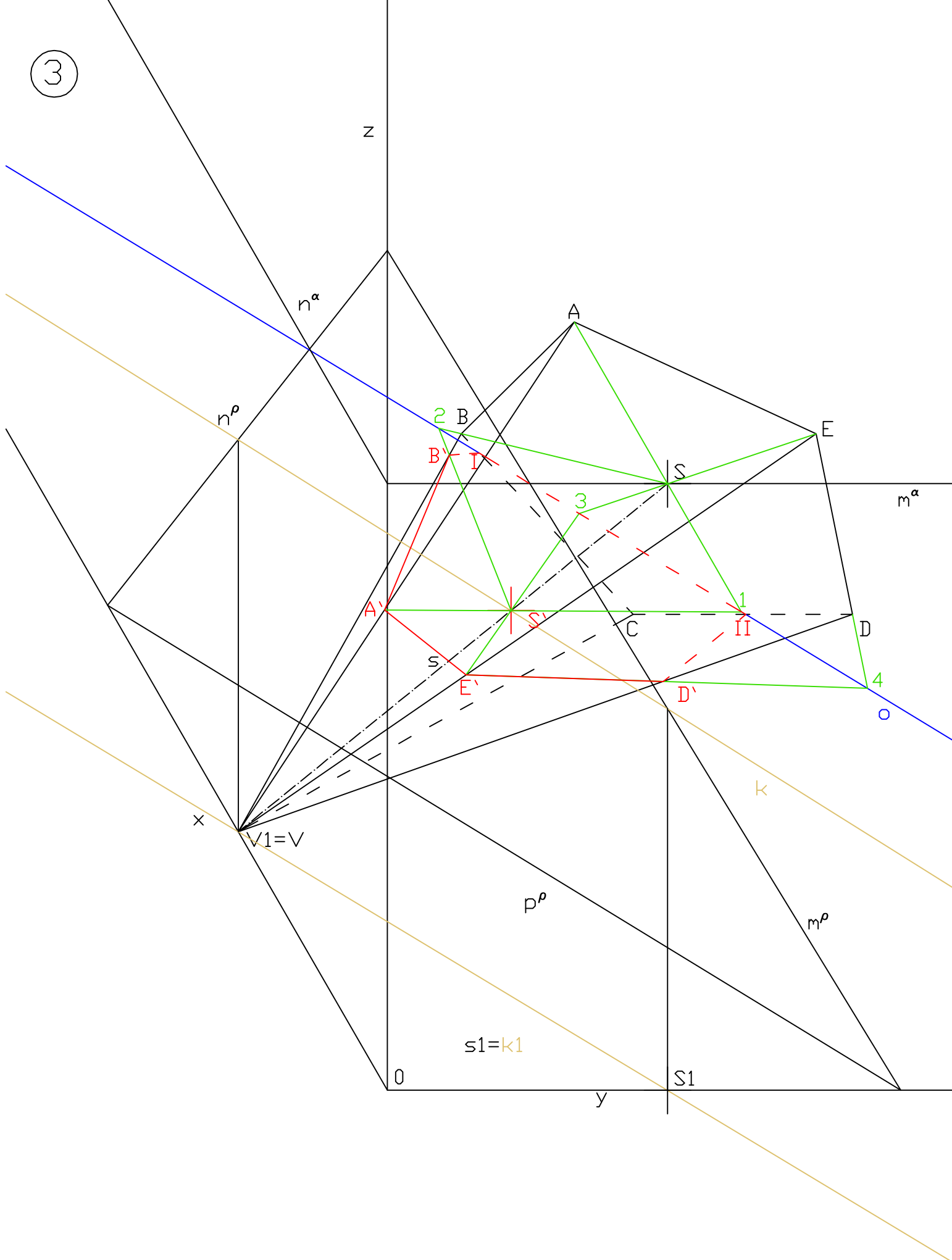
2. Body  $I = BC \cap o$ ,  $II = CD \cap o$  jsou samodružné body, úsečka  $I II$  je částí řezu

3. Další body řezu sestrojíme s využitím kolineace, body 1, 2, 3,

4 jsou samodružné body (konstrukce byly provedeny v pořadí podle čísel)

4. Řezem je šestiúhelník  $A'B'I II D'E'$

3



④ Zadání:  $A_4$  na výšku,  $KP: 0[8;14]$ ,  $\omega=135^\circ$ ,  $q=1/2$   
Je dán kosý čtyřboký jehlan s pravidelnou  
podstavou v nárysně  $\nu(x,z)$ ,  $A[4;0;0]$  je bod  
podstavy,  $S[3,5;0;3,5]$  je střed podstavy,  
 $V[4;10;0]$  je vrchol jehlanu.

Zobrazte řez jehlanu rovinou  $\rho(14;8;14)$ ,  
stanovte viditelnost.

Řešení:

1. Určíme středovou kolineaci:

Střed kolineace = vrchol  $V$

$\square$ sa kolineace  $o$  = průsečnice roviny podstavy  $\gamma$  a roviny řezu  
 $\rho$  = nárysná stopa roviny  $\rho$

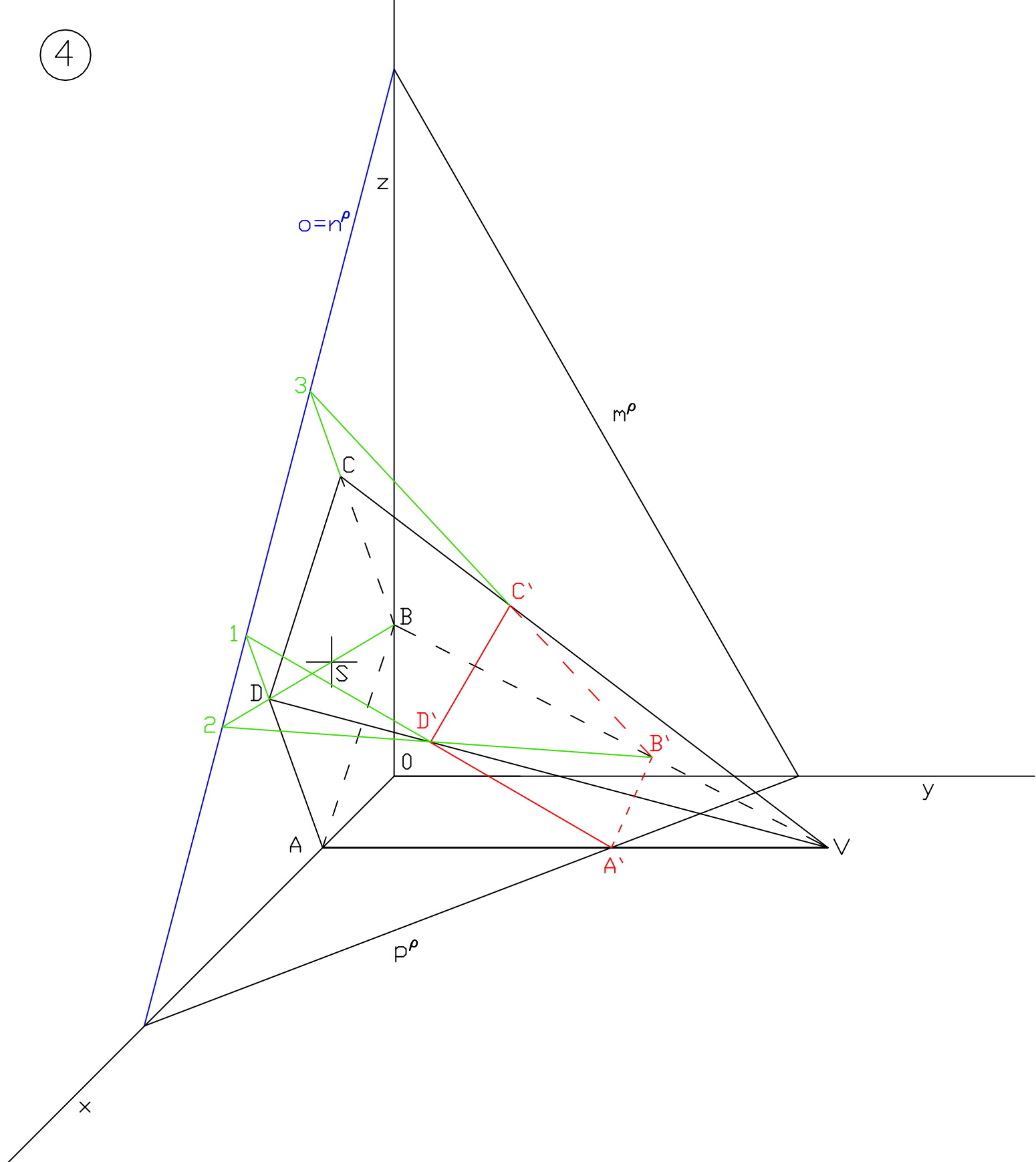
dvojice odpovídajících si bodů:  $A \leftrightarrow A' = AV \cap \rho$

2. Další body řezu sestrojíme s využitím kolineace, body 1, 2,

3 jsou samodružné body (konstrukce byly provedeny v  
pořadí podle čísel)

4. Řezem je čtyřúhelník  $A'B'C'D'$ .

4



- ⑤ Zadání: A4 na výšku, KP:  $O[14;13]$ ,  $\omega=135^\circ$ ,  $q=1/2$   
Je dán pravidelný osmiboký dutý jehlan s  
podstavou v rovině  $\alpha$  rovnoběžné s půdorysnou.  
Bod  $S[10;0;10]$  je střed podstavy, bod  $A[10;6;10]$  je  
vrchol podstavy, bod  $V[10;0;0]$  je vrchol jehlanu.

Zobrazte řez dutého jehlanu rovinou  $\rho$   $(K;L;M)$ ,  
 $K[0;0;15]$   $L[16;0;0]$   $M[30;13;0]$ . Stanovte viditelnost.

Řešení:

1. Určíme středovou kolineaci:

Střed kolineace = vrchol  $V$

Os kolineace  $o$  = průsečnice roviny podstavy  $\alpha$  a roviny řezu  $\rho$

Dvojice odpovídajících si bodů:  $G \leftrightarrow G' = GV \cap \rho$

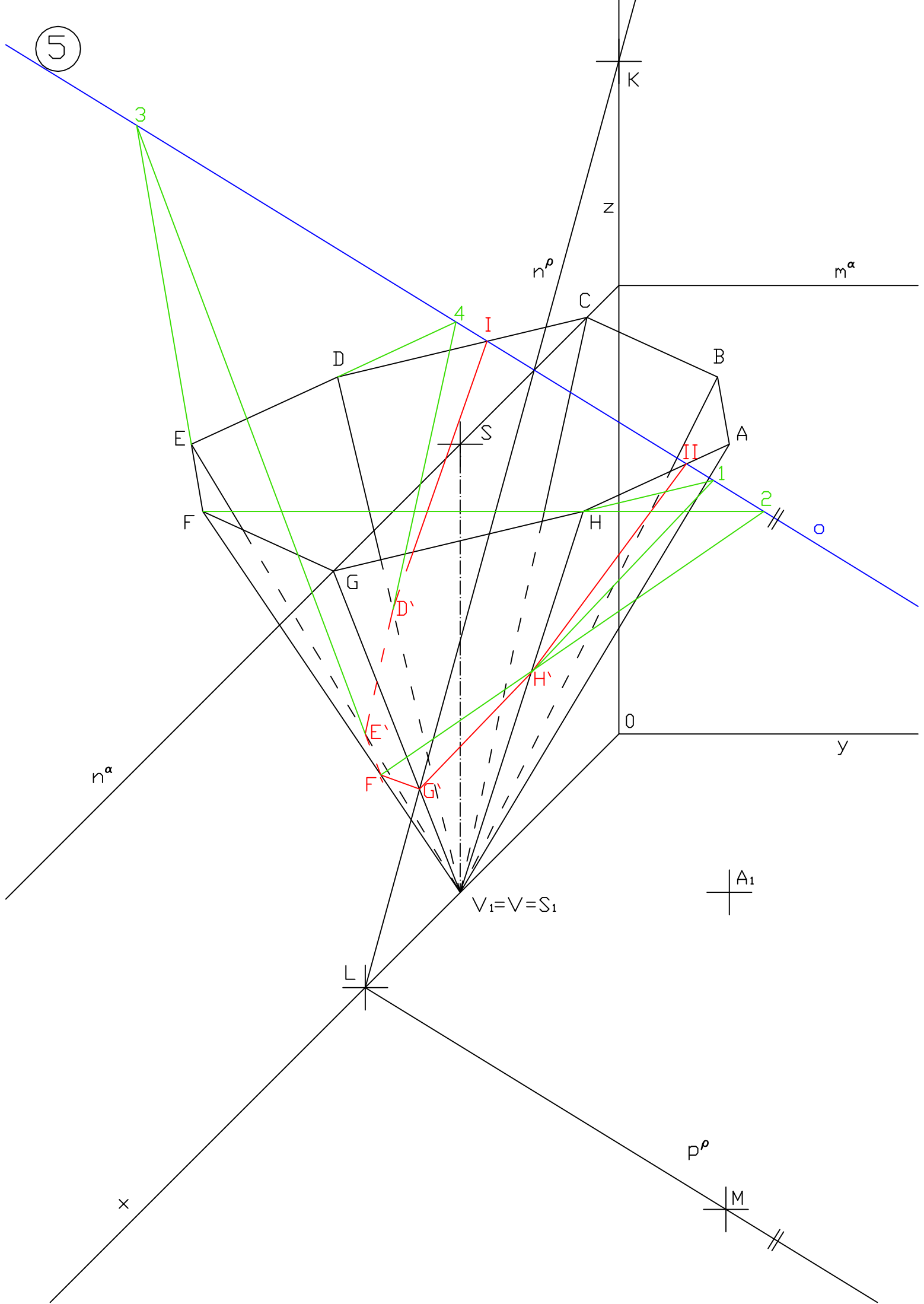
2. Body  $I = CD \cap o$ ,  $II = AH \cap o$  jsou samodružné body,

3. Další body řezu sestrojíme s využitím kolineace, body 1, 2, 3,

4 jsou samodružné body (konstrukce byly provedeny v pořadí podle čísel)

4. řezem je lomená čára  $ID'E'F'G'H'II$

5



6 Zadání: A4 na šířku, KP: 0[6;2],  $\omega=315^\circ$ ,  $q=1$   
PODHLÉD!

Je dán pravidelný šestiboký dutý jehlan s podstavou v nárysně  $\nu(x,z)$ .  $S[5;0;6]$  je střed podstavy. Bod podstavy  $A[5;0;1]$ . Výška jehlanu je 15, y-ová souřadnice vrcholu V je kladná.

Zobrazte řez dutého jehlanu rovinou  $\rho(25;10;16,5)$ . Stanovte viditelnost.

Řešení:

1. Určíme středovou kolineaci:

Střed kolineace = vrchol V

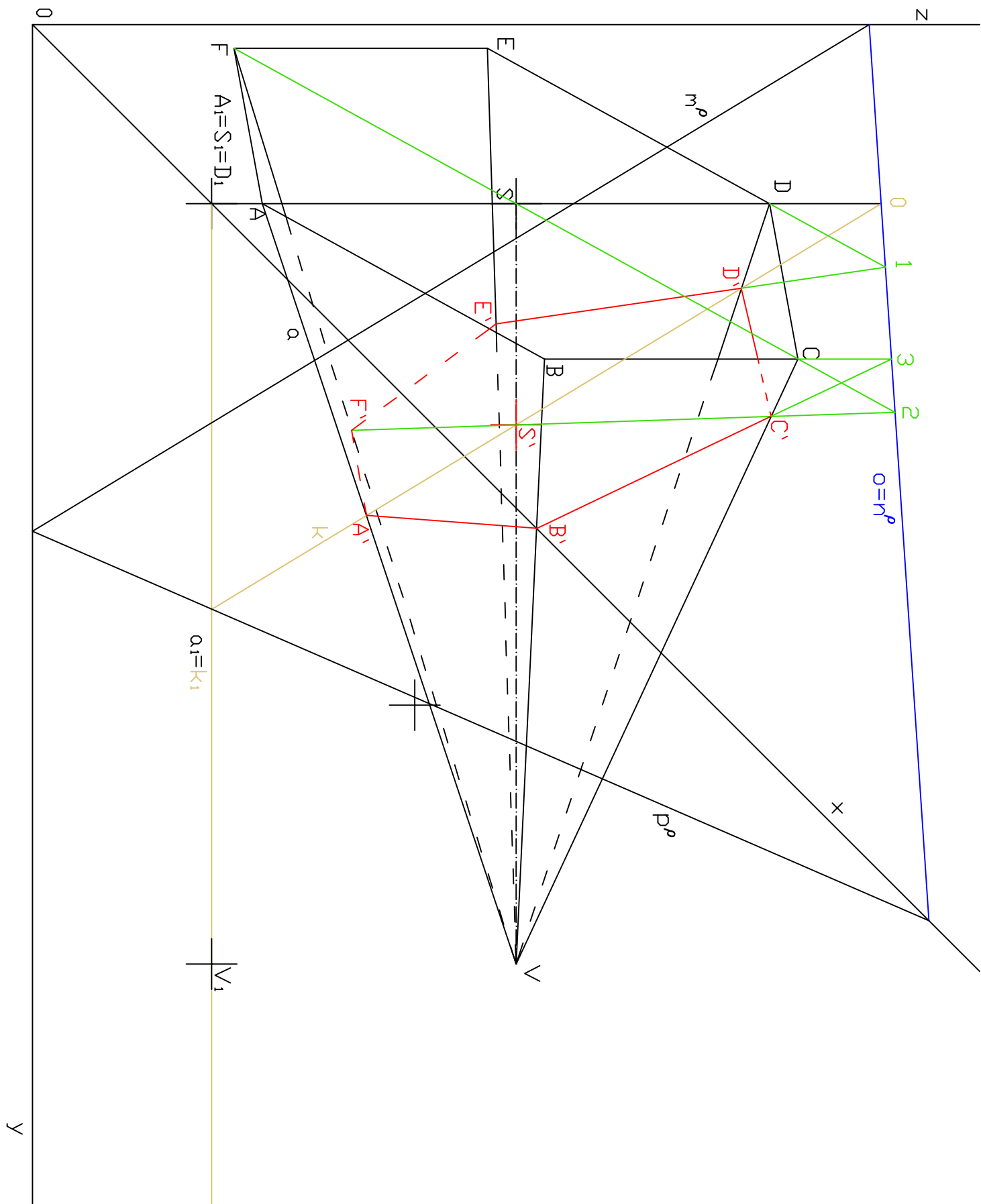
Osou kolineace  $o$  = průsečnice roviny podstavy  $\nu$  a roviny řezu  $\rho$   
= nárysná stopa roviny  $\rho$

Dvojice odpovídajících si bodů:  $A \leftrightarrow A' = AV \cap \rho$  (krycí přímka  $k$ )

2. Další body řezu sestrojíme s využitím kolineace, body 1, 2, 3, jsou samodružné body (konstrukce byly provedeny v pořadí podle čísel)

3. Řezem je šestiúhelník  $A'B'C'D'E'F'$ .





- 7 Zadání:  $A_4$  na výšce, KP:  $O[7,5;14]$ ,  $\omega=135^\circ$ ,  $q=1/2$   
Je dán pravidelný šestiboký jehlan s podstavou o středu  $S[7;5;0]$  a vrcholu  $A[2,5;1;0]$  v rovině  $\pi(x,y)$ , vrcholy podstavy označte proti směru hodinových ručiček. Výška jehlanu  $v=12$ , z-ová souřadnice vrcholu  $V$  je kladná. Dále je dána přímka  $p=RQ$ ,  $R=[3,0,0]$ ,  $Q=[6,7,0]$ .

Zobrazte řez jehlanu rovinou  $\rho$ , která obsahuje přímku  $p$  a je rovnoběžná s hranou  $CV$ . Stanovte viditelnost.

Řešení:

1. Dourčíme rovinu  $\rho$ . Libovolným bodem přímky  $p$  vedeme přímku rovnoběžnou s přímkou  $CV$ , zde jsme zobrazili přímku  $q$ , procházející bodem  $Q$ . Rovina  $\rho$  je jednoznačně určena přímkami  $p$  a  $q$ , zobrazíme stopy.

2. Určíme středovou kolineaci:

Střed kolineace = vrchol  $V$

Os kolineace  $o$  = průsečnice roviny podstavy  $\pi$  a roviny řezu  $\rho$   
= půdorysná stopa roviny  $\rho$  = přímka  $p$

Dvojice odpovídajících si bodů:  $F \leftrightarrow F' = FV \cap \rho$  (krycí přímka  $k$ )

3. Body  $I = AB \cap \rho$ ,  $II = DE \cap \rho$  jsou samodružné body, úsečka  $I II$  je částí řezu

4. Další body řezu sestrojíme s využitím kolineace, body 1, 2 jsou samodružné body (konstrukce byly provedeny v pořadí podle čísel)

5. Řezem je pětiúhelník  $I II E'F'A'$ .

7

