

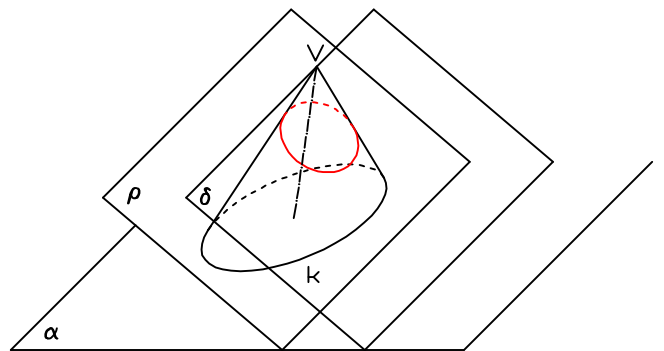
# KP – ŘEZ KUŽELE

Je dán kruhový kužel s vrcholem  $V$  a rovina  $\rho$ , která neprochází vrcholem  $V$ .

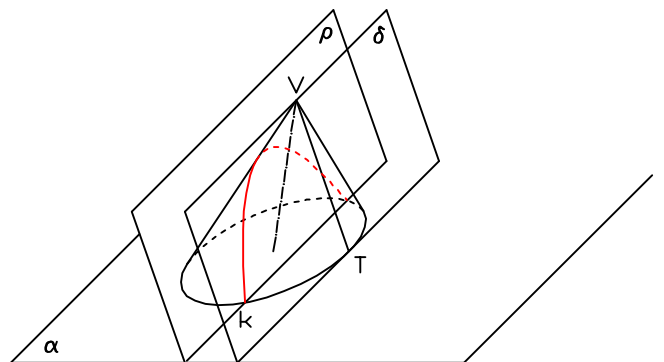
Průnikem příslušné kuželové plochy s rovinou  $\rho$  je kuželosečka. O jakou kuželosečku se jedná, zjistíme pomocí tzv. vrcholové roviny.

Vrcholová rovina  $\delta$  je rovina, která prochází vrcholem  $V$  a je rovnoběžná s rovinou  $\rho$ .

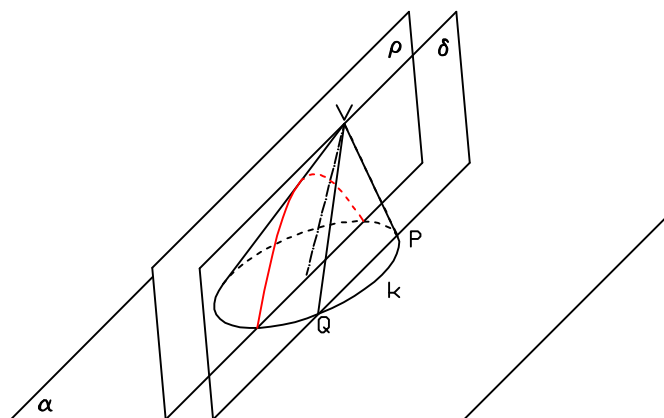
1. Vrcholová rovina  $\delta$  a podstavná kružnice  $k$  nemají společné body. Průnikem kuželové plochy s rovinou  $\rho$  je **ELIPSA** (může být i **KRUŽNICE**).



2. Vrcholová rovina  $\delta$  a podstavná kružnice  $k$  mají společný jeden bod  $T$ . Vrcholová rovina  $\delta$  je tečná rovina kuželové plochy. Rovina  $\rho$  je rovnoběžná s přímkou  $VT$ , tj. průsečík  $VT$  a  $\rho$  je nevlastní bod. Průnikem kuželové plochy a  $\rho$  je **PARABOLA**.



3. Vrcholová rovina  $\delta$  a podstavná kružnice  $k$  mají dva společné body  $P, Q$ . Rovina  $\rho$  je rovnoběžná s přímkami  $PV$  a  $QV$ , tj. průsečíky  $PV$  a  $QV$  s rovinou  $\rho$  jsou nevlastní body. Průnikem kuželové plochy s rovinou  $\rho$  je **HYPERBOLA**.



Pokud rovina  $\rho$  neprochází vrcholem kužele a průnik s kuželem je neprázdný, je mezi podstavou a řezem kužele rovinou  $\rho$  vztah prostorové kolineace:

Střed kolineace = vrchol kužele  $V$

Osa kolineace = průsečnice roviny podstavy a roviny řezu  $\rho$

Dvojice odpovídajících si bodů : bod  $K$  podstavné kružnice, který neleží na ose  $\leftrightarrow$  průsečík  $K'$  přímky  $KV$  s rovinou  $\rho$

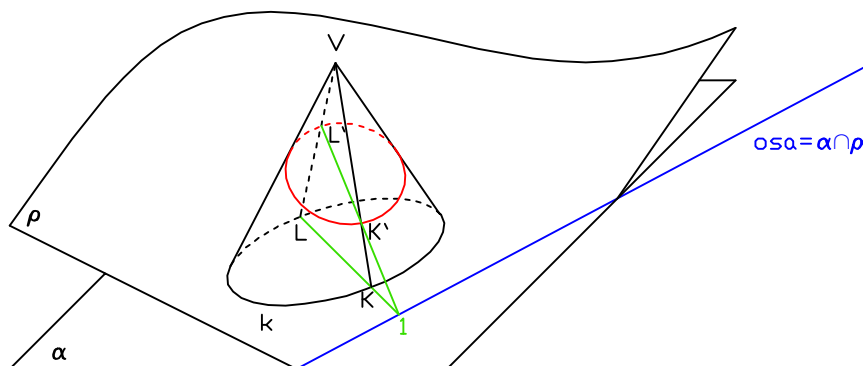
Zobrazujeme-li kužel a jeho řez rovinou  $\rho$  ( $V \notin \rho$ ) v rovnoběžném promítání, využíváme středovou kolineaci v rovině, která je vlastně "obrazem" prostorové kolineace (rovnoběžným průmětem prostorové kolineace):

Střed kolineace = průmět vrcholu kužele  $V$

Osa kolineace = průmět průsečnice roviny podstavy a roviny řezu  $\rho$

Dvojice odpovídajících si bodů = průmět bodu  $K$  podstavné kružnice ( $K$  neleží na ose)  $\leftrightarrow$  průmět průsečíku  $K'$  přímky  $KV$  s rovinou  $\rho$ .

Toto nefunguje vždy. Pokud nastanou některé speciální případy (například v rovnoběžném promítání je obrazem podstavy úsečka nebo obrazem roviny řezu je přímka), nelze kolineaci použít.



# ZADÁNÍ – KUŽEL

- ① Zadání: A4 na výšku, KP: 0 [7;14] ,  $\omega=135^\circ$ ,  $q=4/5$   
Je dán rotační kužel s podstavou o středu  $S[5;6;0]$  a poloměru  $r=5$  v půdorysně  $\pi(x,y)$ , bod  $V[5;6;10]$  je vrchol (sestrojte tečny z bodu k elipse a body dotyku).

Zobrazte řez kužele rovinou  $\rho$  ( $9;^\infty;6$ ). Je-li průniková křivka příslušné kuželové plochy a roviny  $\rho$  elipsa, sestrojte osy jejího obrazu. Sestrojte body řezu na obryse a stanovte viditelnost (těleso zůstává vcelku).

- ② Zadání: A4 na výšku, KP: 0 [7;14] ,  $\omega=135^\circ$ ,  $q=4/5$   
Je dán rotační kužel s podstavou o středu  $S[5;6;0]$  a poloměru  $r=5$  v půdorysně  $\pi(x,y)$ , bod  $V[5;6;10]$  je vrchol (sestrojte tečny z bodu k elipse a body dotyku).

Zobrazte řez kužele rovinou  $\rho$  ( $K;L;M$ ),  $K[9;7,5;0]$ ,  $L[0;12;0]$ ,  $M[0;0;6]$ . Je-li průniková křivka příslušné kuželové plochy a roviny  $\rho$  elipsa, sestrojte osy jejího obrazu. Sestrojte body řezu na obryse a stanovte viditelnost (těleso zůstává vcelku).

- ③ Zadání: A4 na výšku, KP: 0 [5;16],  $\omega=120^\circ$ ,  $q=2/3$   
Zobrazte rotační kužel s podstavou o středu  $S[8;8;0]$  a poloměru  $r=7$  v půdorysně  $\pi(x,y)$ , bod  $V[8;8;13]$  je vrchol. Přímkou  $p=RQ$ ,  $R[3;6,5;4]$ ,  $Q[8;9,5;0]$  proložte rovinu  $\rho$  tak, aby řezem příslušné kuželové plochy byla parabola.

Zobrazte řez kužele rovinou  $\rho$ , sestrojte body řezu na obryse, stanovte viditelnost.

Pozn.: Vyberte tu rovinu  $\rho$ , která protíná osu  $x$  v její kladné části.

- ④ Zadání: A4 na šířku, KP: 0 [12;5] ,  $\omega=150^\circ$ ,  $q=2/3$   
 Je dán rotační kužel s podstavou o středu  $S[8;0;8]$  a poloměru  $r=7$  v nárysně  $\nu(x,z)$ , bod  $V[8;13;8]$  je vrchol (sestrojte tečny z bodu k elipse a body dotyku). Dále je dána přímka  $p=AB$   $A[1;0;0]$ ,  $B[8;0;9,5]$ .

Přímkou  $p$  proložte rovinu  $\rho$  tak, aby řezem příslušné kuželové plochy touto rovinou byla parabola. Sestrojte body řezu na obryse, stanovte viditelnost (těleso zůstává vcelku).  
 Pozn.: Vyberte tu rovinu  $\rho$ , která protíná osu  $y$  v její kladné části.

- ⑤ Zadání: A4 na šířku, KP: 0 [12;6] ,  $\omega=150^\circ$ ,  $q=2/3$   
 Je dána rotační kuželová plocha s řídicí kružnicí  $k$  o středu  $S[8;0;8]$  a poloměru  $r=7$  v nárysně  $\nu(x,z)$ , bod  $V[8;8;8]$  je vrchol. Zobraďte část plochy omezenou rovinami  $\nu$  a  $\alpha(\infty;16;\infty)$  (sestrojte tečny z bodu k elipsám a body dotyku).

Zobrazte řez části kuželové plochy rovinou  $\rho(10,5;\infty;\infty)$ , stanovte viditelnost.

- ⑥ Zadání: A4 na výšku, VP: 0 [13;15] , osa  $z$  svislá,  $\omega=150^\circ$   
 Je dána kuželová plocha s řídicí kružnicí  $k$  o středu  $S[6;6;0]$  a poloměru  $6$  v půdorysně  $\pi(x,y)$ . Bod  $V[7,5;7,5;7]$  je vrchol plochy. Zobraďte část plochy mezi rovinami  $\pi$  a  $\alpha(\infty;\infty;14)$ , plochu doplňte kruhy s okrajovými kružnicemi  $k$  v půdorysně a  $\bar{k}(\bar{S},6)$  v rovině  $\alpha$ .

Zobrazte řez části plochy (i s kruhy) rovinou  $\rho(11;70;80)$ , stanovte viditelnost.

⑦ Zadání: A4 na šířku, KP: 0 [6;2] ,  $\omega=315^\circ$ ,  $q=1$   
PODHLÉD!

Je dán kosý dutý kužel s podstavou o středu  $S[5;0;6]$  a poloměru  $r=5$  v nárysně  $\nu(x,z)$ , bod  $V[3;13;6]$  je vrchol (sestrojte tečny z bodu k elipse a body dotyku).

Zobrazte řez kužele rovinou  $\rho(25;10;16,5)$ .  
Sestrojte body řezu na obryse a stanovte viditelnost (těleso zůstává vcelku).

⑧ Zadání: A4 na výšku, KP: 0 [10;10] ,  $\omega=135^\circ$ ,  
 $q=5/6$

Je dán rotační kužel s podstavou o středu  $S[6;6;12]$  a poloměru  $r=5,5$  v rovině  $\alpha$  rovnoběžné s půdorysnou  $\pi(x,y)$ , vrchol leží v půdorysně (sestrojte tečny z bodu k elipse a body dotyku).

Zobrazte řez kužele rovinou  $\rho(11;^\infty;10)$ . Je-li průniková křivka příslušné kuželové plochy a roviny  $\rho$  elipsa, sestrojte osy jejího obrazu. Sestrojte body řezu na obryse a stanovte viditelnost (těleso zůstává vcelku).

1

Zadání: A4 na výšku, KP: 0 [7;14] ,  $\omega=135^\circ$ ,  $q=4/5$   
Je dán rotační kužel s podstavou o středu  $S[5;6;0]$  a poloměru  $r=5$  v půdorysně  $\pi(x,y)$ , bod  $V[5;6;10]$  je vrchol (sestrojte tečny z bodu k elipse a body dotyku).

Zobrazte řez kužele rovinou  $\rho$  ( $9;^\infty;6$ ). Je-li průniková křivka příslušné kuželové plochy a roviny  $\rho$  elipsa, sestrojte osy jejího obrazu. Sestrojte body řezu na obryse a stanovte viditelnost (těleso zůstává vcelku).

Řešení:

1. Pomocí hlavní přímky první osnovy sestrojíme stopy vrcholové roviny  $\delta$ . Průsečnice roviny  $\delta$  s rovinou podstavy kužele je půdorysná stopa roviny  $\delta$  a neprotíná podstavou kružnici kužele. Řezem kuželové plochy rovinou  $\rho$  bude elipsa.

2. Určíme středovou kolineaci:

Střed kolineace = vrchol V

Osa kolineace = průsečnice roviny podstavy  $\pi$  a roviny řezu  $\rho$   
= půdorysná stopa roviny  $\rho$

Dvojice odpovídajících si bodů:  $K \in k \text{ lib } \leftrightarrow K' = KV \cap \rho$   
(krycí přímka  $e$ )

3. Osa kolineace protíná kružnici  $k$  ve dvou bodech I, II. Úsečka I II je částí řezu kužele.

4. Další body řezu můžeme sestrojovat pomocí kolineace. Ovšem chceme nejen zobrazit elipsu, ale i sestrojít osy jejího obrazu. V tom případě musíme dodržet následující postup:

a) Vybereme ten průměr kružnice  $k$  (označme jej  $p=AB$ , který je ve skutečnosti kolmý k ose kolineace.

Jinými slovy: Vybereme ten průměr kružnice  $k$ , kde tečny v krajních bodech A a B jsou rovnoběžné s osou kolineace.

b) Zobrazíme průsečíky přímek VA a VB s rovinou  $\rho$ , označme je A' a B'. Ke konstrukci lze použít kolineaci, krycí přímku, průsečnici rovin  $\rho$  a  $\langle V,A,B \rangle$ , ...

Úsečka A'B' je průměr řezové elipsy, tedy střed Q' úsečky A'B' je střed této elipsy.

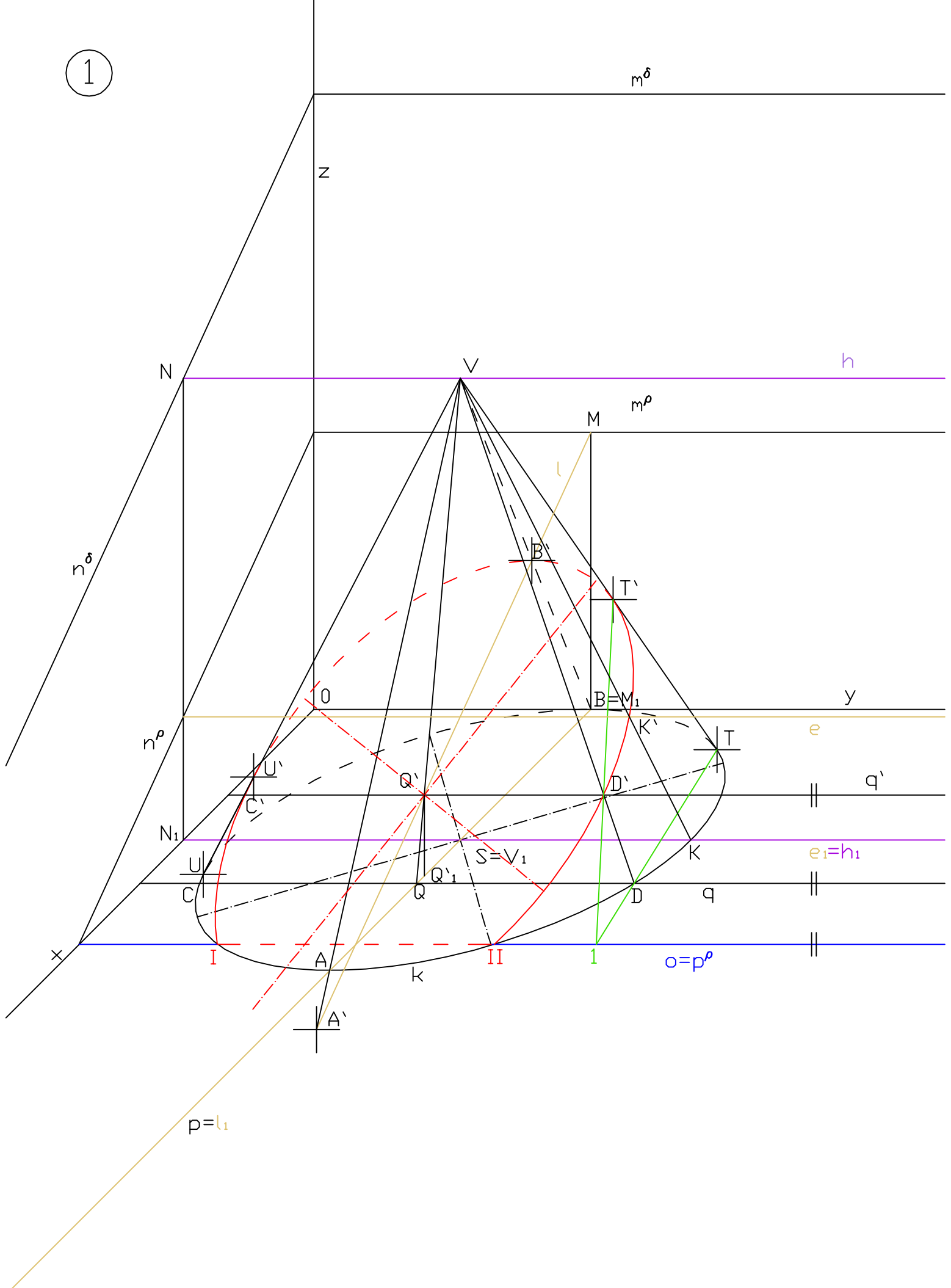
c) K bodu  $Q'$  najdeme odpovídající bod v kolineaci, bod  $Q$  je průsečík  $VQ'$  s přímkou  $p$ .  
Všimněte si, že  $Q \neq S$ ,  $Q \neq Q'$  !!!

d) Bodem  $Q$  vedeme přímkou  $q$ , která je rovnoběžná s osou kolineace. Tato přímka protíná kružnici  $k$  v bodech  $C$  a  $D$ . Zobrazíme průsečíky přímek  $VC$  a  $VD$  s rovinou  $\rho$ , označme průsečíky  $C'$  a  $D'$ . Ke konstrukci lze použít kolineaci, krycí přímkou, průsečnici rovin  $\rho$  a  $\langle V, C, D \rangle$ . Vždy  $q' = C'D' \parallel q \parallel o$ .

e) Průměry  $A'B'$  a  $C'D'$  jsou sdružené průměry elipsy řezu. Použijeme Rytzovu konstrukci.

5. Ke změně viditelnosti dojde na obrysové čáře obrazu kužele, tedy jednak jsou to body I a II a body  $T'$  a  $U'$  na obrysových přímkách  $VT$  a  $VU$ . Zobrazíme průsečíky  $T'$  a  $U'$  přímkou  $VT$  a  $VU$  s rovinou  $\rho$ . Ke konstrukci lze použít kolineaci (samodružný bod 1) nebo krycí přímky, ...

1





2

Zadání: A4 na výšku, KP: 0 [7;14] ,  $\omega=135^\circ$ ,  $q=4/5$   
Je dán rotační kužel s podstavou o středu  $S[5;6;0]$  a poloměru  $r=5$  v půdorysně  $\pi(x,y)$ , bod  $V[5;6;10]$  je vrchol (sestrojte tečny z bodu k elipse a body dotyku).

Zobrazte řez kužele rovinou  $\rho$  (K;L;M),  $K[9;7,5;0]$ ,  $L[0;12;0]$ ,  $M[0;0;6]$ . Je-li průniková křivka příslušné kuželové plochy a roviny  $\rho$  elipsa, sestrojte osy jejího obrazu. Sestrojte body řezu na obryse a stanovte viditelnost (těleso zůstává vcelku).

Řešení:

1. Pomocí **hlavní přímky první osnovy** sestrojíme stopy vrcholové roviny  $\delta$ . Průsečnice roviny  $\delta$  s rovinou podstavy kužele je půdorysná stopa roviny  $\delta$  a ta neprotíná podstavou kružnici kužele. **Řezem kuželové plochy rovinou  $\rho$  bude elipsa.**

2. Vzhledem k tomu, že průniková křivka je elipsa, budeme postupovat dle pokynů v příkladě (1)

a) vybereme ten průměr  $p$  kružnice  $k$ , který je ve skutečnosti kolmý k **ose kolineace**  $o = p^p$ . Zde jsme pro zobrazení průměru  $p$  použili **otočení** půdorysny do průmětny. Můžeme také ale sestrojit body dotyku A a B na tečnách elipsy, které jsou rovnoběžné s obrazem  $o = p^p$ .

$$\begin{aligned} b) A' &= VA \cap \rho \\ B' &= VB \cap \rho \end{aligned}$$

c)  $Q'$  je střed úsečky  $A'B'$  a je také střed elipsy.  
 $Q = VQ' \cap \rho$

d) bodem  $Q$  vedeme přímku  $q$ , která je rovnoběžná s **osou**  $o$ .  
 $q \cap k = \{C,D\}$   
 $C' = VC \cap \rho$   
 $D' = VD \cap \rho$

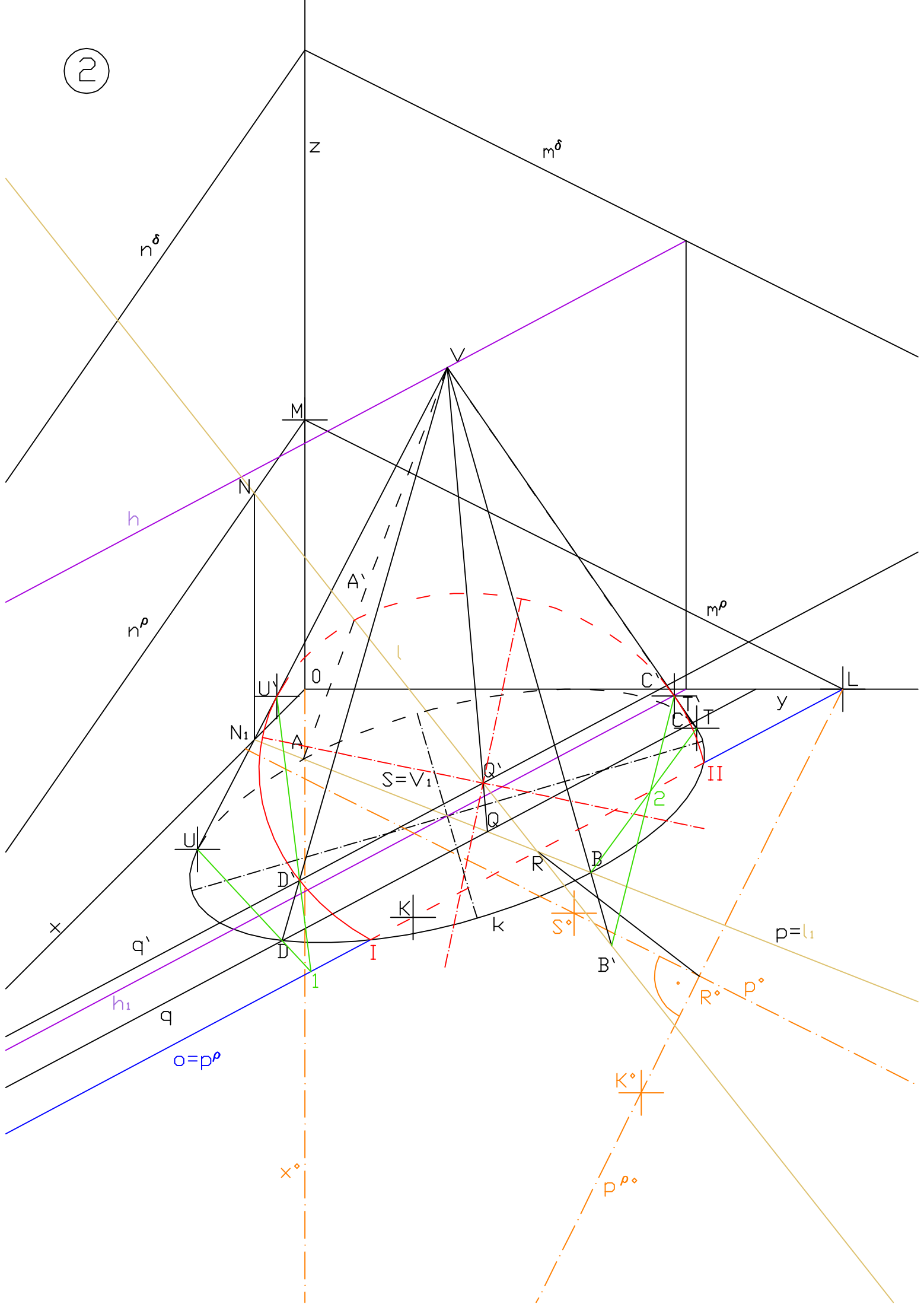
e)  $A'B'$ ,  $C'D'$  jsou sdružené průměry elipsy (Rytzova konstrukce).

3. Body řezu na obryse (změna viditelnosti)

$\langle I, II \rangle = o \cap k$ , **úsečka I II je částí řezu kužele**

$$\begin{aligned} U' &= VU \cap \rho \\ T' &= VT \cap \rho \end{aligned}$$

2



- ③ Zadání: A4 na výšku, KP:0 [5;16],  $\omega=120^\circ$ ,  $q=2/3$   
Zobrazte rotační kužel s podstavou o středu S[8;8;0] a poloměru  $r=7$  v půdorysně  $\pi(x,y)$ , bod V[8;8;13] je vrchol. Přímkou  $p=RQ$ , R[3;6,5;4], Q[8;9,5;0] proložte rovinu  $\rho$  tak, aby řezem příslušné kuželové plochy byla parabola.

Zobrazte řez kužele rovinou  $\rho$ , sestrojte body řezu na okryse, stanovte viditelnost.

Pozn.: Vyberte tu rovinu  $\rho$ , která protíná osu  $x$  v její kladné části.

Řešení:

1. Rovinu  $\rho$  zatím neznáme, pouze víme, že přímka  $p$  v ní leží. Protože **řezem příslušné kuželové plochy má být parabola**, musí být vrcholová rovina  $\delta$  tečnou rovinou kuželové plochy. Přímka  $d$ , která prochází vrcholem  $V$  a je rovnoběžná s přímkou  $p$ , leží ve vrcholové rovině. Úkolem je určit vrcholovou rovinu  $\delta$ , která obsahuje přímku  $d$  a je tečnou rovinou kuželové plochy. Označme  $D$  průsečík přímky  $d$  s rovinou kružnice  $k$ . Z bodu  $D$  vedeme tečny  $t$  a  $u$  ke kružnici  $k$  (sestrojujeme tečny z bodu  $k$  elipse). Jsou tedy dvě možná řešení, rovina  $\rho$  je buď rovnoběžná s rovinou  $\langle V,t \rangle$  nebo s rovinou  $\langle V,u \rangle$ . Podle poznámky v zadání vybereme vrcholovou rovinu  $\delta \langle V,t \rangle$ .

Zobrazíme stopy roviny  $\rho$  ( $Q$  leží na  $p^\rho$ ,  $p^\rho \parallel t$ , dále jsme použili **hlavní přímku  $h$** ).

2. určíme středovou kolineaci:

Střed kolineace = vrchol  $V$

**Osa kolineace = průsečnice roviny podstavy  $\pi$  a roviny řezu  $\rho$  = půdorysná stopa roviny  $\rho$**

Dvojice odpovídajících si bodů:  $K \in k \leftrightarrow K' = KV \cap \rho$  (**krycí přímka  $l$** )

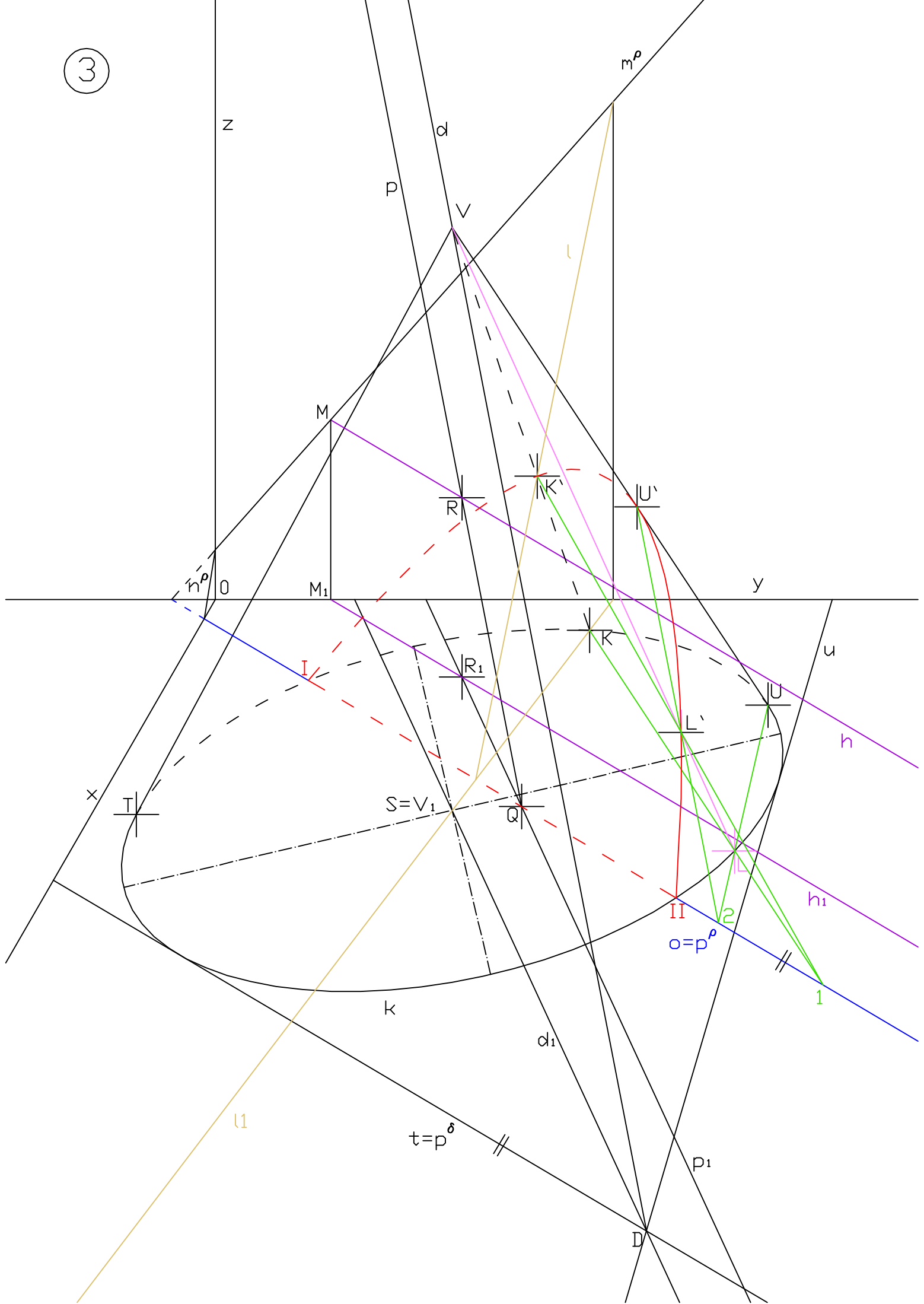
3. Osa kolineace protíná kružnici  $k$  ve dvou bodech I, II.

**Úsečka I II je částí řezu kužele.**

**4. Další body sestrojíme pomocí kolineace.  $L \leftrightarrow L'$**

5. Body řezu na okryse (změna viditelnosti): II,  $U' = VU \cap \rho$

3



4

Zadání: A4 na šířku, KP: 0 [12;5] ,  $\omega=150^\circ$ ,  $q=2/3$   
Je dán rotační kužel s podstavou o středu  $S[8;0;8]$  a poloměru  $r=7$  v nárysně  $\nu(x,z)$ , bod  $V[8;13;8]$  je vrchol (sestrojte tečny z bodu k elipse a body dotyku). Dále je dána přímka  $p=AB$   $A[1;0;0]$ ,  $B[8;0;9,5]$ .

Přímkou  $p$  proložte rovinu  $\rho$  tak, aby řezem příslušné kuželové plochy touto rovinou byla parabola. Sestrojte body řezu na obryse, stanovte viditelnost (těleso zůstává vcelku).  
Pozn.: Vyberte tu rovinu  $\rho$ , která protíná osu  $y$  v její kladné části.

Řešení:

1. Protože řezem příslušné kuželové plochy má být parabola, budeme postupovat dle pokynů v příkladě (3).

Přímka  $d: V \in d, d \parallel p$ , je přímka vrcholové roviny.

Přímka  $d$  tentokrát neprotíná rovinu kružnice  $k$ , neboť je s ní rovnoběžná.

Tečnou rovinu kuželové plochy dourčíme tak, že zobrazíme tečny  $t$  a  $u$  kružnice  $k$  rovnoběžné s přímkou  $d$  (sestrojujeme tečny k elipse daného směru).

Jsou dvě možná řešení, rovina  $\rho$  je buď rovnoběžná s rovinou  $\langle V,t \rangle$  nebo rovinou  $\langle V,u \rangle$ .

Podle poznámky v zadání vybereme vrcholovou rovinu  $\delta \langle V,t \rangle$ .

Zobrazíme stopy roviny  $\rho$  (zde jsme nejdříve zobrazili půdorysnou stopu roviny  $\delta$ ).

2. Určíme středovou kolineaci.

Střed kolineace = vrchol  $V$

Os kolineace = průsečnice roviny řezu  $\rho$  a roviny podstavy  $\nu$  = nárysná stopa roviny  $\rho$

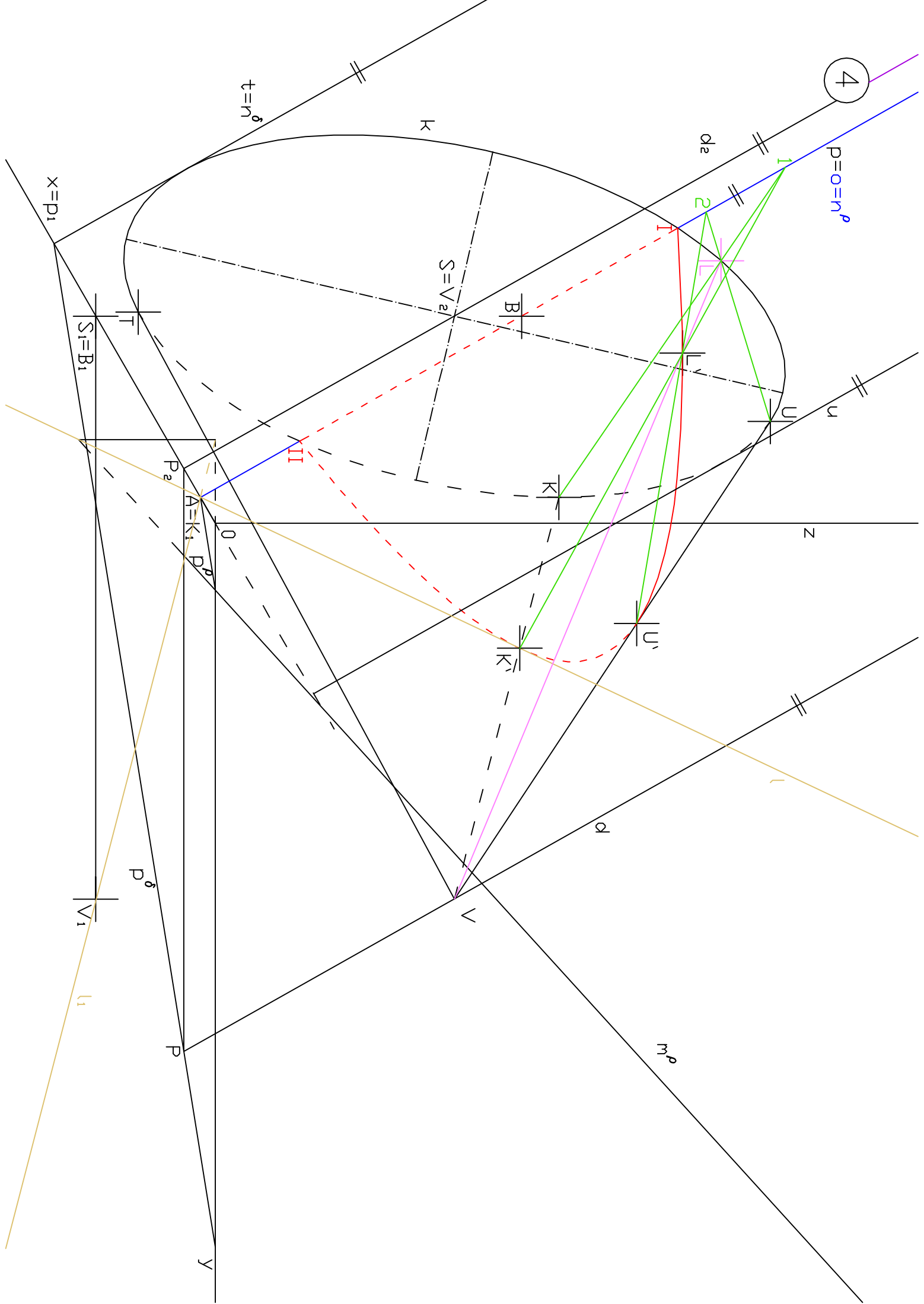
Dvojice odpovídajících si bodů:  $K \in k \leftrightarrow K' = KV \cap \rho$  (krycí přímka  $l$ ).

3. Os kolineace protíná kružnici  $k$  ve dvou bodech I, II.

Úsečka I II je částí řezu kužele.

4. Další body řezu sestrojíme pomocí kolineace  $L \leftrightarrow L'$

5. Body řezu na obryse (změna viditelnosti): I,  $U' = UV \cap \rho$ .



5 Zadání: A4 na šířku, KP: 0 [12;6] ,  $\omega=150^\circ$ ,  $q=2/3$   
 Je dána rotační kuželová plocha s řídicí kružnicí  $k$  o středu  $S[8;0;8]$  a poloměru  $r=7$  v nárysně  $\nu(x,z)$ , bod  $V[8;8;8]$  je vrchol. Zobrazte část plochy omezenou rovinami  $\nu$  a  $\alpha$  ( $-\infty;16;-\infty$ ) (sestrojte tečny z bodu  $k$  elipsám a body dotyku).

Zobrazte řez části kuželové plochy rovinou  $\rho$  ( $10,5;-\infty;-\infty$ ), stanovte viditelnost.

Řešení:

0. Označme  $\bar{k}$  kružnici plochy o středu  $\bar{S}$  a poloměru 7 v rovině rovině  $\alpha$ .

1. Označme  $\delta$  vrcholovou rovinu, která je rovnoběžná se zadanou rovinou  $\rho$ . Zobrazíme její stopy.

Rovina  $\delta$  a podstavná kružnice  $k$  má dva společné body, řezem příslušné kuželové plochy rovinou  $\rho$  je hyperbola.

2. Určíme středovou kolineaci:

Střed kolineace = vrchol  $V$

Osa kolineace = průsečnice roviny kružnice  $k$  a roviny řezu  $\rho$  = nárysná stopa roviny  $\rho$

Dvojice odpovídajících si bodů:  $K \in k \text{ lib.} \leftrightarrow K' = KV \cap \rho$

3. Další body řezu sestrojíme pomocí kolineace,  $L \leftrightarrow L'$ ,  $Q \leftrightarrow Q'$ , ...

Část hyperboly je ukončena body I, II, III, IV;

body I a II jsou průsečíky kružnice  $k$  s rovinou  $\rho$ , body III a IV jsou průsečíky kružnice  $k$  s rovinou  $\rho$ .

4. Změna viditelnosti:  $U' = UV \cap \rho$ ,  $W$ .

Pozn. : Příklad lze také rychle vyřešit konstrukcí průsečíků povrchových přímek s rovinou  $\rho$  (viz bod  $K'$ ).





6 Zadání: A4 na výšku, VP: 0 [13;15] , osa z svislá,  $\omega=150^\circ$

Je dána kuželová plocha s řídicí kružnicí  $k$  o středu  $S$  [6;6;0] a poloměru 6 v půdorysně  $\pi(x,y)$ . Bod  $V$  [7,5;7,5;7] je vrchol plochy.

Zobrazte část plochy mezi rovinami  $\pi$  a  $\alpha(\infty;\infty;14)$ , plochu doplňte kruhy s okrajovými kružnicemi  $k$  v půdorysně a  $\bar{k}(\bar{S},6)$  v rovině  $\alpha$ .

Zobrazte řez části plochy (i s kruhy) rovinou  $\rho(11;70;80)$ , stanovte viditelnost.

Řešení:

1. Označme  $\delta$  vrcholovou rovinu, která je rovnoběžná se zadanou rovinou  $\rho$ . Zobrazíme její stopy (využili jsme hlavní primku  $h$ ). Rovina  $\delta$  a podstavná kružnice  $k$  má dva společné body, řezem kuželové plochy rovinou  $\rho$  je hyperbola.

2. Určíme středovou kolineaci:

Střed kolineace = vrchol  $V$

Osa kolineace = průsečnice roviny podstavy  $\pi$  a roviny řezu  $\rho$  = půdorysná stopa roviny  $\rho$

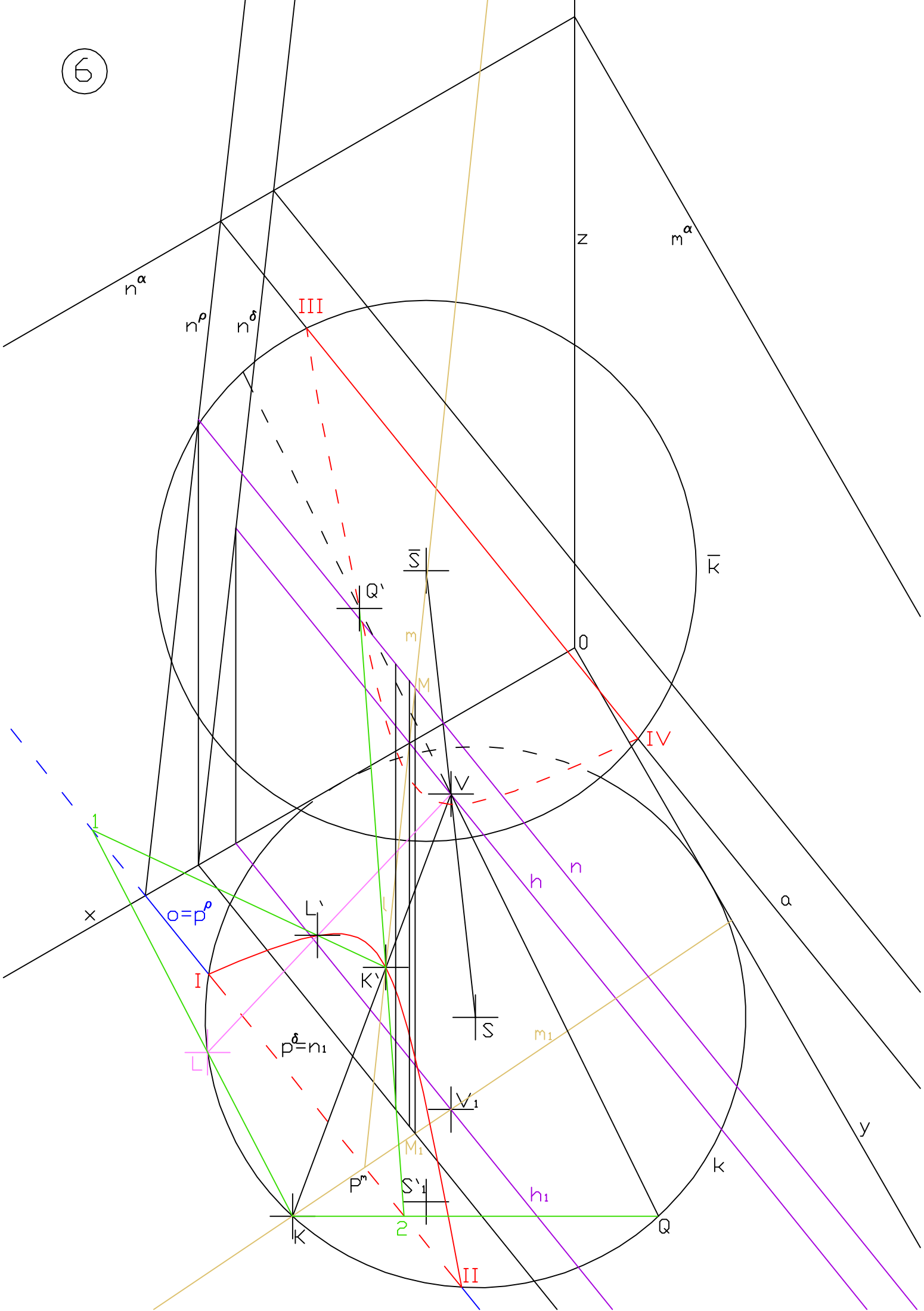
Dvojice odpovídajících si bodů :  $K \in k \text{ lib } \leftrightarrow K' = KV \cap \rho$  (krycí přímka  $m$ )

3. Další body řezu sestrojíme pomocí kolineace:  $L \leftrightarrow L'$ ;  $Q \leftrightarrow Q'$ ,..

4. Rovina  $\rho$  protíná kružnici  $k$  v bodech I a II a kružnici  $\bar{k}$  v bodech III a IV. Úsečky I II a III IV jsou částí řezu (řezy kruhů).

5. Změna viditelnosti nastane v bodech I, II, III a IV.

6



7

Zadání: A4 na šířku, KP: 0 [6;2] ,  $\omega=315^\circ$ ,  $q=1$   
PODHLÉD!

Je dán kosý dutý kužel s podstavou o středu  $S[5;0;6]$  a poloměru  $r=5$  v nárysně  $\nu(x,z)$ , bod  $V[3;13;6]$  je vrchol (sestrojte tečny z bodu k elipse a body dotyku).

Zobrazte řez kužele rovinou  $\rho$  (25;10;16,5).  
Sestrojte body řezu na obryse a stanovte viditelnost (těleso zůstává vcelku).

Řešení:

1. Uvažujme vrcholovou rovinu  $\delta$ , která prochází vrcholem  $V$  a je rovnoběžná s rovinou  $\rho$  (zde jsme použili hlavní přímkou  $h$  a zobrazili bokorysnou stopu roviny  $\delta$ ).

Rovina  $\delta$  nemá s kružnicí  $k$  společné body ( $n^\delta \cap k = \emptyset$ ),  
řezem příslušné kuželové plochy je elipsa.

2. Postupujeme dle pokynů v příkladě (1).

a) Vybereme ten průměr kružnice  $k$ , který je ve skutečnosti kolmý k ose kolineace  $o=n^\rho$  (zde jsme využili otočení náryсны do průmětny a pomocnou přímkou  $a$ ).

Můžeme také sestrojiti body  $A$  a  $B$  na tečnách elipsy, které jsou rovnoběžné s obrazem  $o=n^\rho$ .

b)  $A'=VA \cap \rho$  (krycí přímkou  $l$ )

$B'=VB \cap \rho$  (kolineace, samodružný bod 1)

c)  $Q'$  je střed úsečky  $A'B'$  a také střed elipsy

$Q = VQ' \cap \rho$

d) Bodem  $Q$  vedeme přímkou  $q$ , která je rovnoběžná s osou  $o$ .

$q \cap k = \{C,D\}$

$C'=VC \cap \rho$

$D'=VD \cap \rho$  ( $C'D' \parallel q$ )

e)  $A'B'$ ,  $C'D'$  jsou sdružené průměry elipsy (Rytzova konstrukce).

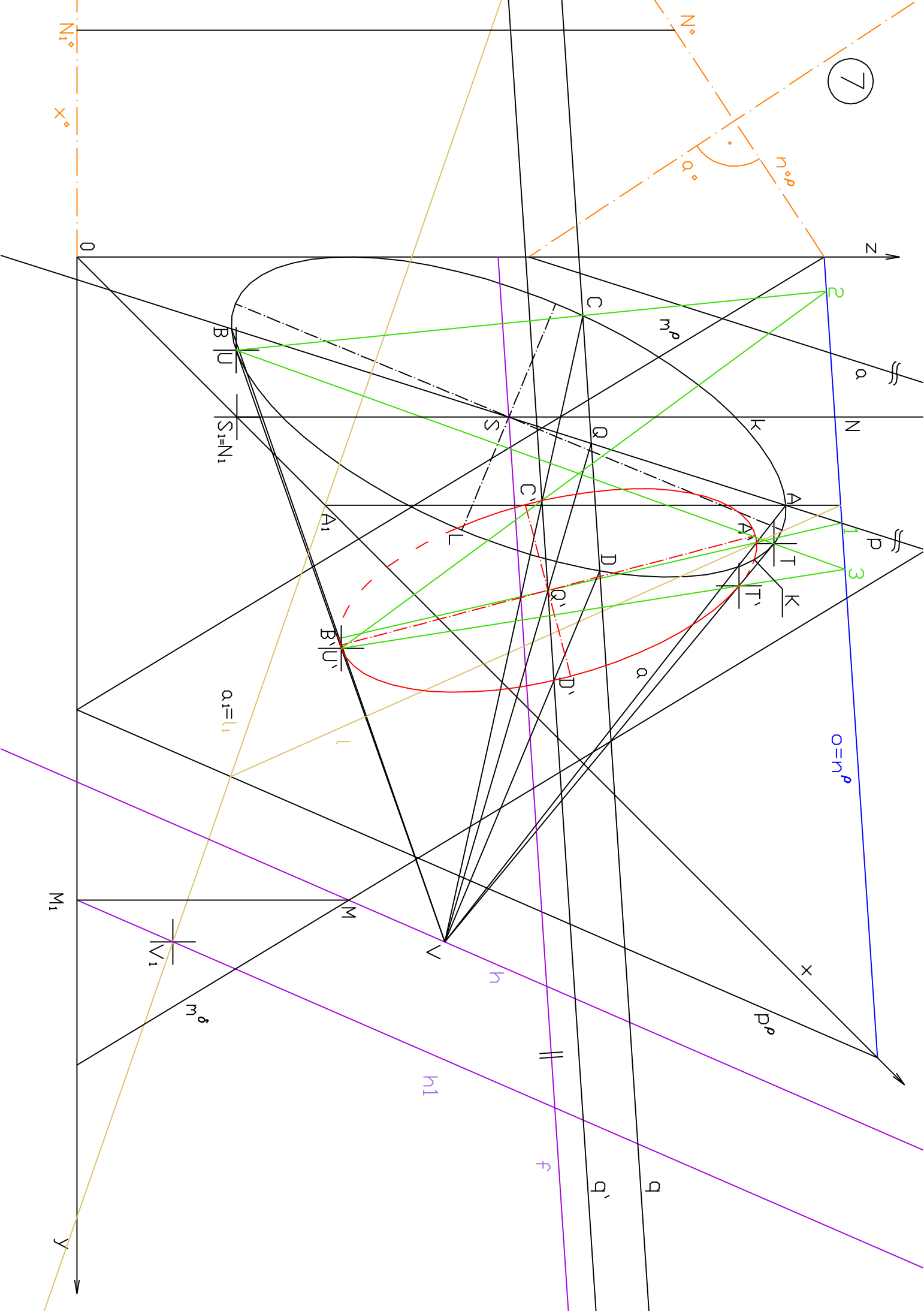
3. Body řezu na obryse (změna viditelnosti):

$U'=UV \cap \rho$  (kolineace, samodružný bod 2)

$T'=TV \cap \rho$  (kolineace, samodružný bod 3)

Vzhledem k tomu, že kužel je dutý, změna viditelnosti nastane i v bodech  $K$  a  $L$ .

7



8

Zadání: A4 na výšku, KP: 0 [10;10] ,  $\omega=135^\circ$ ,  
 $q=5/6$

Je dán rotační kužel s podstavou o středu  $S[6;6;12]$  a poloměru  $r=5,5$  v rovině  $\alpha$  rovnoběžné s půdorysnou  $\pi(x,y)$ , vrchol leží v půdorysně (sestrojte tečny z bodu k elipse a body dotyku).

Zobrazte řez kužele rovinou  $\rho$   $(11;^\infty;10)$ . Je-li průniková křivka příslušné kuželové plochy a roviny  $\rho$  elipsa, sestrojte osy jejího obrazu. Sestrojte body řezu na obryse a stanovte viditelnost (těleso zůstává vcelku).

Řešení:

1. Uvažujme vrcholovou rovinu  $\delta$ , která prochází bodem V a je rovnoběžná s rovinou  $\rho$ .

Zde jsme zobrazili stopy roviny  $\delta$ .

Rovina  $\delta$  nemá s kružnicí k společné body ( $h \cap k = \emptyset$ ),  
řezem příslušné kuželové plochy je elipsa.

2. Postupujeme dle pokynů v příkladě (1).

a) Vybereme ten průměr kružnice k, který je ve skutečnosti kolmý k ose kolineace  $o = \rho \cap \alpha$ .

Označme A a B průsečíky  $\rho$  s k.

b)  $A' = VA \cap \rho$  (krycí přímka l)

$B' = VB \cap \rho$

c) Q' je střed úsečky A'B' a také střed elipsy

$Q = VQ' \cap \rho$

d) Bodem Q vedeme přímku q, která je rovnoběžná s osou o.

$q \cap k = \{C, D\}$

$C' = VC \cap \rho$

$D' = VD \cap \rho$  ( $C'D' \parallel q$ )

e) A'B', C'D' jsou sdružené průměry elipsy (Rytzova konstrukce).

3. Body řezu na obryse (změna viditelnosti):

$T' = TV \cap \rho$  (kolineace, samodružný bod 1)

$U' = UV \cap \rho$  (kolineace, samodružný bod 2)

