
Matematika I – Zkouškový test
VZOROVÉ ZADÁNÍ A

Čas na vypracování: 2 hodiny

1. Vypočítejte

$$\lim_{x \rightarrow 0} \cotg^2 x \cdot \ln(\cos x) .$$

1 bod

2. Vyšetřete průběh funkce f . V grafu funkce nakreslete všechny asymptoty, vodorovné tečny a tečny v inflexních bodech. Napište obecné rovnice asymptot a tečen.

$$f(x) = \frac{x^3}{2 \cdot (x+1)^2}$$

8 bodů

3. Je dána křivka

$$k(t) = [1 + 2 \cos t ; (1 - \cos t) \cdot \sin(2t)], t \in \langle 0 ; 2\pi \rangle .$$

Napište souřadnice průsečíků křivky s osou x a y .

Napište obecné rovnice tečen a normál křivky v průsečících s osou x .

3 body

4. Je dána plocha

$$p(t,s) = \left[t - \frac{1}{3} \cdot t^3 + t \cdot s^2 ; s - \frac{1}{3} \cdot s^3 + s \cdot t^2 ; t^2 - s^2 \right], t \in \langle -3 ; 3 \rangle, s \in \langle -3 ; 3 \rangle.$$

Napište obecné rovnice tečných rovin v bodech $P[0,0,0]$, $Q[0,0,3]$. Určete vzájemnou polohu těchto rovin a v případě, že jsou různoběžné, popište jejich průsečnici.

4 body

5. Určete jaká plocha je popsána rovnicí

$$16x^2 + 9y^2 - 36z^2 - 32x + 18y + 72z - 155 = 0$$

(napište přesný název plochy).

Napište parametrická vyjádření křivek plochy v rovinách $\alpha : x = 1$, $\beta : z = -1$, napište názvy těchto křivek.

4 body

Matematika I – Zkouškový test
VZOROVÉ ZADÁNÍ B

Čas na vypracování: 2 hodiny

1. Vypočítejte

$$\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{x-1} - \frac{1}{\ln x} \right). \quad 1 \text{ bod}$$

2. Určete definiční obor funkce.

Vyšetřete průběh funkce f na intervalu $\mathcal{D}_f \cap \langle -\pi ; 5\pi \rangle$. V grafu funkce nakreslete všechny asymptoty, vodorovné tečny a tečny v inflexních bodech. Napište obecné rovnice tečen v inflexních bodech.

$$f(x) = \frac{x}{2} - \sin\left(\frac{x}{2}\right) \quad 8 \text{ bodů}$$

3. Je dána křivka

$$k(t) = \left[\frac{1}{1+t^2} ; t \cdot \ln t^2 ; \frac{t^2}{1+t^2} \right], t \in \mathbb{R} \setminus \{0\}.$$

Určete asymptoty křivky, napište jejich rovnice.

Určete průsečíky křivky s nárysnou $\nu(x, z)$ a napište rovnice tečen v těchto průsečících.

Pokud tyto tečny určují rovinu, napište její obecnou rovnici.

Zjistěte průsečíky křivky s touto rovinou.

3 body

4. Je dána plocha

$$p(t, s) = [(2t + 4) \cos(s) ; (2t + 4) \sin(s) ; 5 - t^2].$$

Napište obecné rovnice tečných rovin v bodech $P = p\left(-2, \frac{3\pi}{2}\right)$ a $Q = [8, 0, 1]$. Popište průsečnice těchto rovin s rovinami $z = 0$ a $y = 0$.

4 body

5. V rovině rovnoběžné s nárysnou $\nu(x, z)$ je dána půlkružnice k o středu $S[0 ; 7 ; 0]$ a poloměru $r = 5$ (z -ové souřadnice bodů uvažované půlkružnice jsou nezáporné). Dále je dána přímka $\ell = KL$, $K[5 ; 0 ; 0]$, $L[0 ; 0 ; 5]$.

Kruhový konoid je určen těmito řídicími útvary:

- a) řídicí křivka je zadaná půlkružnicí k ;
- b) řídicí přímka ℓ ;
- c) řídicí rovina je bokorysna $\mu(y, z)$.

Napište parametrické vyjádření části konoidu mezi křivkami k a ℓ .

4 body