

Statika 1

5. přednáška

Příhradové konstrukce

Miroslav Vokáč

miroslav.vokac@klok.cvut.cz

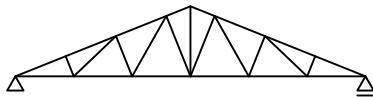
ČVUT v Praze, Fakulta architektury

5. května 2014

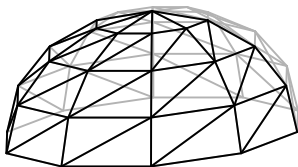
Příhradové konstrukce (prutové soustavy)

Příhradové konstrukce podle prostoru rozdělujeme na:

▶ **Rovinné**



▶ **Prostorové**



Dále se budeme zabývat jen rovinnými prutovými soustavami.

Příhradové konstrukce a názvosloví

Zjednodušující předpoklady

Statická určitost prutových soustav

Metody výpočtu

Obecná metoda styčných bodů

Zjednodušená metoda styčných bodů

Průsečná metoda

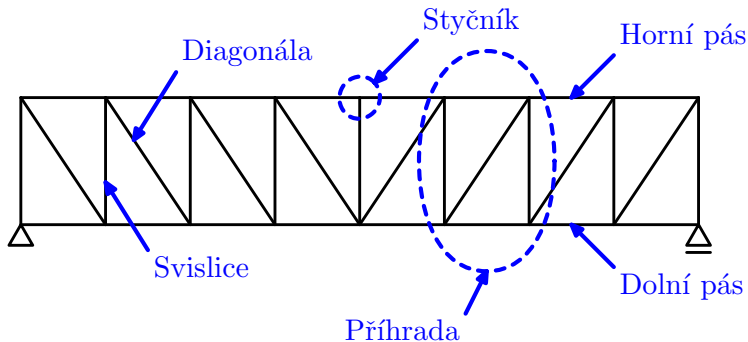
Tažené a tlačené pruty příhradových vazníků

Složitější příhradové soustavy

Historické soustavy

Kontrolní otázky

Názvosloví příhradových nosníků



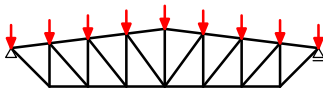
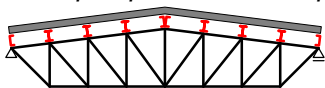
Zjednodušující předpoklady

pro konstrukce pozemních staveb

U konstrukcí pozemních staveb zavádíme obvykle následující zjednodušující předpoklady:

1. Síly působí jen ve styčnících.

Tento předpoklad musí respektovat konstrukční řešení.



2. Styčník je dokonalý kloub.

Pro většinu konstrukčních řešení styčnících u pozemních staveb lze takto zjednodušit.

Za těchto předpokladů působí v prutech jen **normálová síla N** a ostatní vnitřní síly (V a M) jsou nulové.

Příhradové konstrukce mostů

a jiných významných inženýrských staveb



- ▶ Statický model konstrukcí musí vystihovat skutečné chování.
- ▶ Vzhledem ke konstrukčnímu uspořádání mostovky může působit zatížení i mimo styčník.
- ▶ Styčníky nelze považovat ze dokonalé klouby (závisí na jejich konstrukčním řešení).
- ▶ U mostních a jiných významných staveb obvykle **nemůžeme použít** zjednodušující předpoklady.
- ▶ V takovém případě se potom jedná o soustavu **staticky neurčitou**, potom kromě normálových sil působí na prutech i ohybový moment a posouvající síla.

Konstrukcemi tohoto typu se zabývat nebudeme.

Příhradové konstrukce a názvosloví

Zjednodušující předpoklady

Statická určitost prutových soustav

Metody výpočtu

Obecná metoda styčných bodů

Zjednodušená metoda styčných bodů

Průsečná metoda

Tažené a tlačené pruty příhradových vazníků

Složitější příhradové soustavy

Historické soustavy

Kontrolní otázky

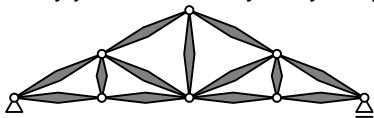
Stanovení statické určitosti příhradových konstrukcí

Staticky určitá soustava má stupeň tvarové variability $s = 0$ a zároveň se nesmí jednat o výjimečný případ podepření konstrukce nebo její části.

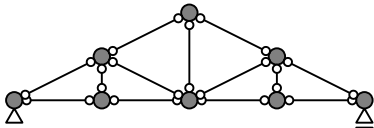
U staticky určité konstrukce lze určit reakce i vnitřní síly ze statických podmínek rovnováhy.

Při stanovení statické určitosti můžeme uvažovat:

1. Pruty jako tuhé desky a styčníky jako n -násobné klouby.



2. Styčníky jako hmotné body spojené kyvnými pruty.



Příhradové konstrukce a názvosloví

Zjednodušující předpoklady

Statická určitost prutových soustav

Metody výpočtu

Obecná metoda styčných bodů

Zjednodušená metoda styčných bodů

Průsečná metoda

Tažené a tlačené pruty příhradových vazníků

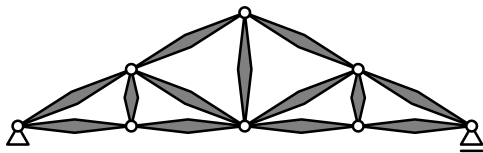
Složitější příhradové soustavy

Historické soustavy

Kontrolní otázky

Stanovení statické určitosti

Prut je tuhá deska a styčník n-násobný kloub



d ... je počet tuhých desek (prutů) v soustavě

v ... počet stupňů volnosti vnějších vazeb

n_1 ... počet jednoduchých kloubů (2 desky ve styčníku)

n_2 ... počet dvojných kloubů (3 desky ve styčníku)

n_3 ... počet trojných kloubů (4 desky ve styčníku)

⋮

Stupeň tvarové variability:

$$s = 3d - v - 2n_1 - 4n_2 - 6n_3 - \dots = 3d - v - \sum_i 2i n_i$$

Příhradové konstrukce
a názvosloví

Zjednodušující
předpoklady

Statická určitost
prutových soustav

Metody výpočtu

Obecná metoda styčných
bodů

Zjednodušená metoda
styčných bodů

Průsečná metoda

Tažené a tlačené pruty
příhradových vazníků

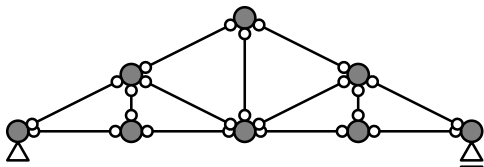
Složitější příhradové
soustavy

Historické soustavy

Kontrolní otázky

Stanovení statické určitosti

Styčníky jako hmotné body spojené kyvnými pruty



b ... je počet hmotných bodů (styčníků) v soustavě

v ... počet stupňů volnosti vnějších vazeb

p ... počet kyvných prutů

Stupeň tvarové variability:

$$s = 2b - v - p$$

Příhradové konstrukce
a názvosloví

Zjednodušující
předpoklady

Statická určitost
prutových soustav

Metody výpočtu

Obecná metoda styčných
bodů

Zjednodušená metoda
styčných bodů

Průsečná metoda

Tažené a tlačené pruty
příhradových vazníků

Složitější příhradové
soustavy

Historické soustavy

Kontrolní otázky

Metody výpočtu osových sil příhradové konstrukce

- ▶ Předpokládejme prutovou soustavu staticky určitou, u které lze určit vnitřní síly ze statických podmínek rovnováhy.
- ▶ Předpokládejme, že lze uvažovat zjednodušující předpoklady.
- ▶ Potom v prutech příhradové soustavy působí jen normálové síly. Normálová síla má na prutu konstantní průběh.

K výpočtu N lze použít několik metod:

1. Obecná metoda styčných bodů.
2. Zjednodušená metoda styčných bodů.
3. Průsečná metoda.
4. *Kombinace průsečné metody a zjednodušené metody styčných bodů.*

Příhradové konstrukce a názvosloví

Zjednodušující předpoklady

Statická určitost prutových soustav

Metody výpočtu

Obecná metoda styčných bodů

Zjednodušená metoda styčných bodů

Průsečná metoda

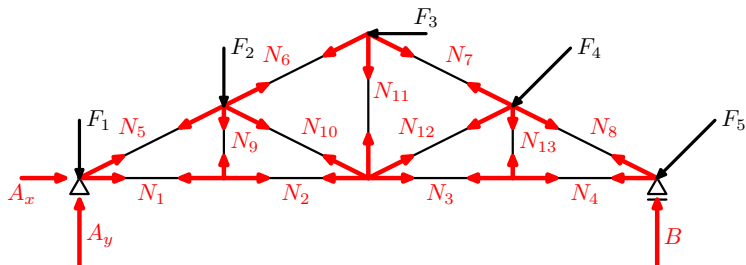
Tažené a tlačené pruty příhradových vazníků

Složitější příhradové soustavy

Historické soustavy

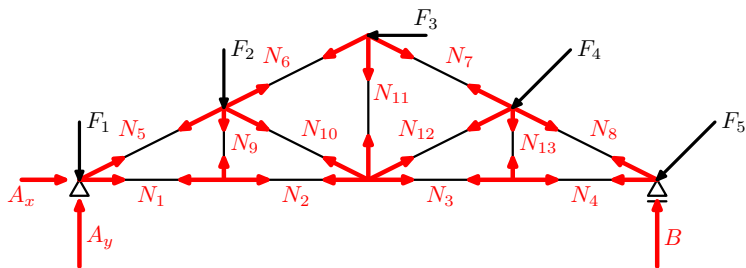
Kontrolní otázky

Obecná metoda styčných bodů



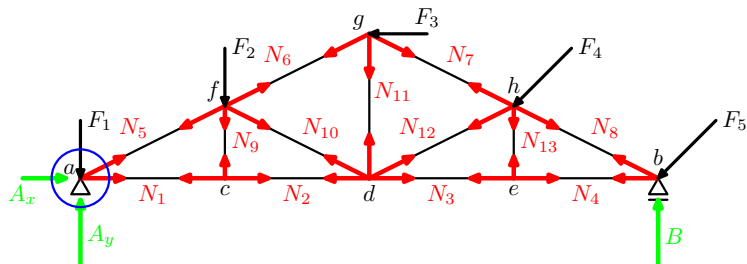
- ▶ Každý **styčník** se uvažuje jako **rovinný svazek sil**, kde jsou k dispozici 2 podmínky rovnováhy \uparrow : $a \rightarrow$:
- ▶ U **tažených** prutů je $N > 0$.
- ▶ U **tlačených** prutů je $N < 0$.
- ▶ Kladná normálová síla (tahová) má směr ze styčníku.

Obecná metoda styčných bodů



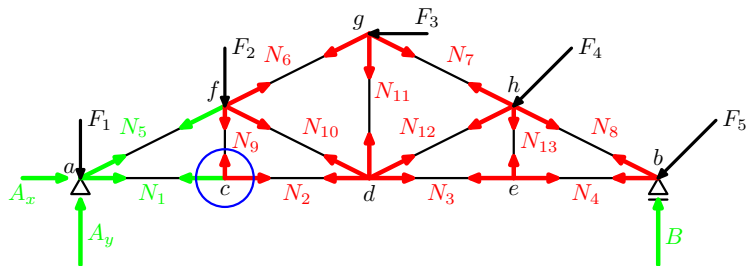
- ▶ Počet neznámých sil:
 3 (reakce) + 13 (osových sil) = 16
- ▶ Počet podmínek rovnováhy:
 8 (styčniců) \times 2 (podmínky rovnováhy) = 16
- ▶ Celkový počet lineárně nezávislých podmínek rovnováhy ve styčnicích je roven počtu neznámých sil.
- ▶ Obecnou metodou styčných bodů řešíme soustavu $2n$ lineárních rovnic s $2n$ neznámými, kde n je počet styčniců.

Zjednodušená metoda styčných bodů



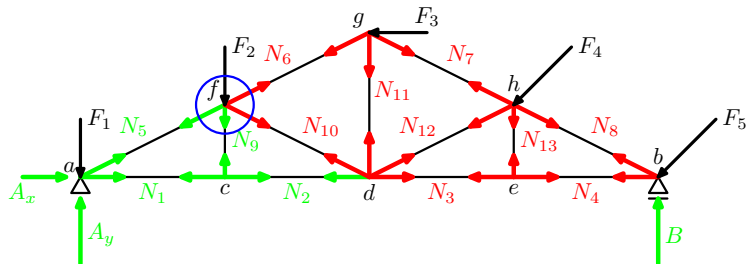
- ▶ Musí existovat dvojný styčník.
- ▶ Nejprve vypočtu reakce ve vnějších vazbách z podmínek rovnováhy na celé soustavě.
- ▶ Potom najdu dvojný styčník, kde mohu z podmínek rovnováhy \uparrow : $a \rightarrow$: určit 2 neznámé síly.

Zjednodušená metoda styčných bodů



- ▶ Potom najdu styčnick, kde jsou jen 2 neznámé síly.
- ▶ Z podmínek rovnováhy ve stučnicku \uparrow : $a \rightarrow$: vypočtu tyto 2 neznámé.

Zjednodušená metoda styčných bodů



- ▶ Znovu najdu styčník, kde jsou jen 2 neznámé síly.
- ▶ Z podmínek rovnováhy ve styčníku \uparrow : $a \rightarrow$: výpočtu tyto 2 neznámé.
- ▶ U tohoto styčníku je nutné řešit soustavu 2 rovnic.

Přhradové konstrukce
a názvosloví

Zjednodušující
předpoklady

Statická určitost
prutových soustav

Metody výpočtu

Obecná metoda styčných
bodů

Zjednodušená metoda
styčných bodů

Průsečná metoda

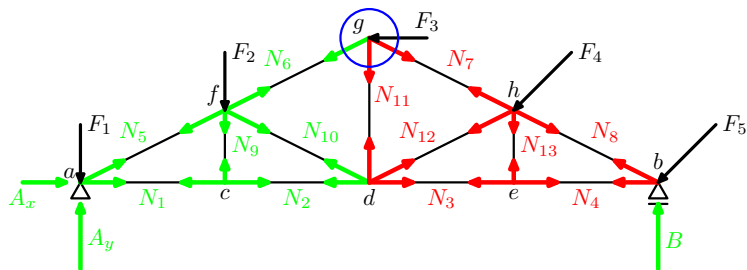
Tažené a tlačené pruty
přhradových vazníků

Složitější přhradové
soustavy

Historické soustavy

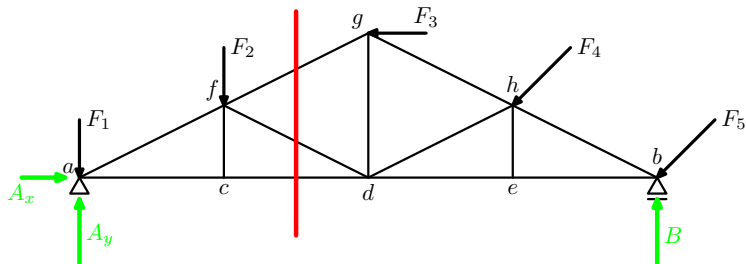
Kontrolní otázky

Zjednodušená metoda styčných bodů



- ▶ Opět najdu styčník, kde jsou jen 2 neznámé síly.
- ▶ Z podmínek rovnováhy ve styčníku \uparrow : $a \rightarrow$: vypočtu tyto 2 neznámé.
- ▶ ...
- ▶ Tímto způsobem postupuji od jednoho konce vazníku ke druhému.
- ▶ Na druhém konci vazníku vždy zbudou 3 podmínky rovnováhy, které **použiji ke kontrole výpočtu**.

Průsečná metoda



- ▶ Určím reakce z podmínek rovnováhy na celé soustavě.
- ▶ Rozdělím vazník řezem na 2 části.
- ▶ Řezem protnu 3 pruty, v kterých lze potom určit osové síly.
- ▶ Vybrané 3 pruty se nesmí protínat v jediném bodě a nemohou být všechny rovnoběžné (*viz výjimečný případ podepření*).
- ▶ K výpočtu použiji podmínky rovnováhy na části konstrukce na jedné straně od tohoto řezu (vlevo nebo vpravo).

Příhradové konstrukce
a názvosloví

Zjednodušující
předpoklady

Statická určitost
prutových soustav

Metody výpočtu

Obecná metoda styčných
bodů

Zjednodušená metoda
styčných bodů

Průsečná metoda

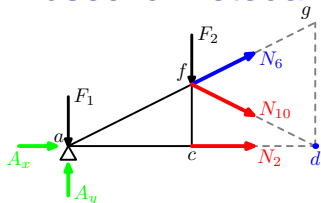
Tažené a tlačené pruty
příhradových vazníků

Složitější příhradové
soustavy

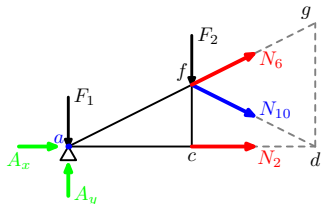
Historické soustavy

Kontrolní otázky

Průsečná metoda



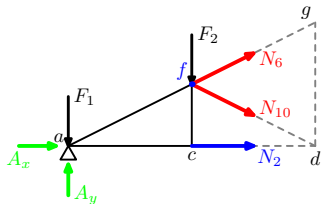
$$\curvearrowright d : \dots = 0 \Rightarrow N_6$$



$$\curvearrowright a : \dots = 0 \Rightarrow N_{10}$$

*Pokud jsou pruty dolního
a horního pasu rovnoběžné:*

$$\uparrow : \dots = 0 \Rightarrow N_{10}$$

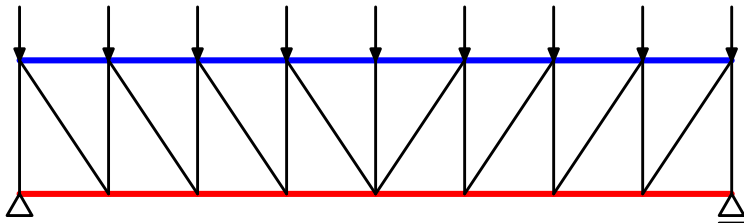


$$\curvearrowright f : \dots = 0 \Rightarrow N_2$$

Tažené a tlačené pruty příhradových vazníků

Dolní a horní pás

Předpokládejme prostě uložený vazník na jeho koncích a svislé zatížení působící směrem dolů.



- ▶ Horní pás je tlačný.
- ▶ Dolní pás je tažený.

Příhradové konstrukce
a názvosloví

Zjednodušující
předpoklady

Statická určitost
prutových soustav

Metody výpočtu

Obecná metoda styčných
bodů

Zjednodušená metoda
styčných bodů

Průsečná metoda

Tažené a tlačené pruty
příhradových vazníků

Složitější příhradové
soustavy

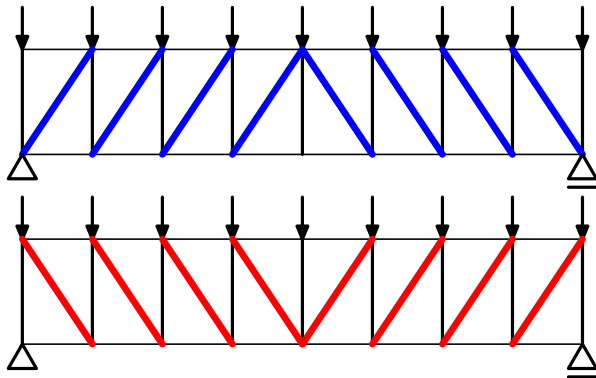
Historické soustavy

Kontrolní otázky

Tažené a tlačené pruty příhradových vazníků

Diagonály

Předpokládejme prostě uložený vazník na jeho koncích a svislé zatížení působící směrem dolů.



- ▶ U symetrické konstrukce symetricky zatížené jsou vstoupné diagonály tlačené.
- ▶ U symetrické konstrukce symetricky zatížené jsou sestupné diagonály tažené.

Příhradové konstrukce a názvosloví

Zjednodušující předpoklady

Statická určitost prutových soustav

Metody výpočtu

Obecná metoda styčných bodů

Zjednodušená metoda styčných bodů

Průsečná metoda

Tažené a tlačené pruty příhradových vazníků

Složitější příhradové soustavy

Historické soustavy

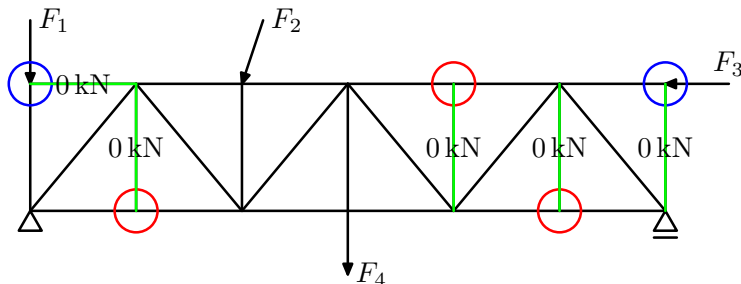
Kontrolní otázky

Pruty příhradových vazníků s nulovou normálovou silou

Na začátku výpočtu lze někdy určit pruty s nulovou normálovou silou a soustavu pro dané zatížení zjednodušit.

Všímáme si zatížení ve styčnících tvaru:

- ▶ písmene L
- ▶ písmene T



Nulová hodnota normálové síly plyne ze součtové podmínky rovnováhy ve styčnících.

Příhradové konstrukce
a názvosloví

Zjednodušující
předpoklady

Statická určitost
prutových soustav

Metody výpočtu

Obecná metoda styčných
bodů

Zjednodušená metoda
styčných bodů

Průsečná metoda

Tažené a tlačené pruty
příhradových vazníků

Složitější příhradové
soustavy

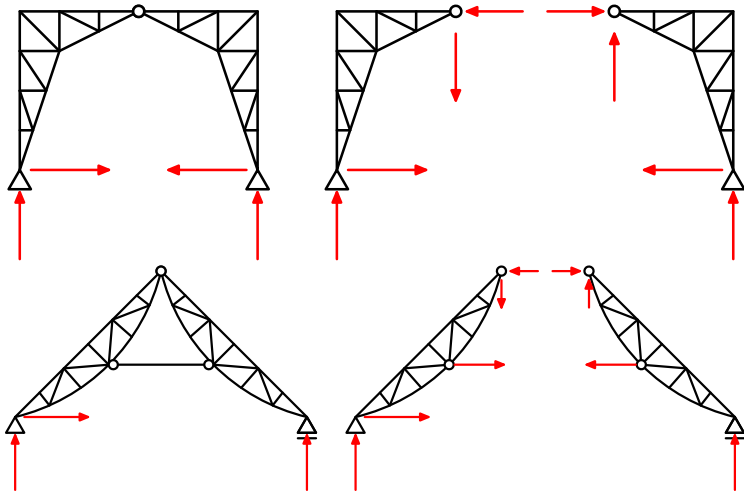
Historické soustavy

Kontrolní otázky

Složitější příhradové soustavy

staticky určité

Pro výpočet reakcí je vhodné některé příhradové soustavy rozdělit podobně jako u tuhých desek.



Příhradové konstrukce a názvosloví

Zjednodušující předpoklady

Statická určitost prutových soustav

Metody výpočtu

Obecná metoda styčných bodů

Zjednodušená metoda styčných bodů

Průsečná metoda

Tažené a tlačené pruty příhradových vazníků

Složitější příhradové soustavy

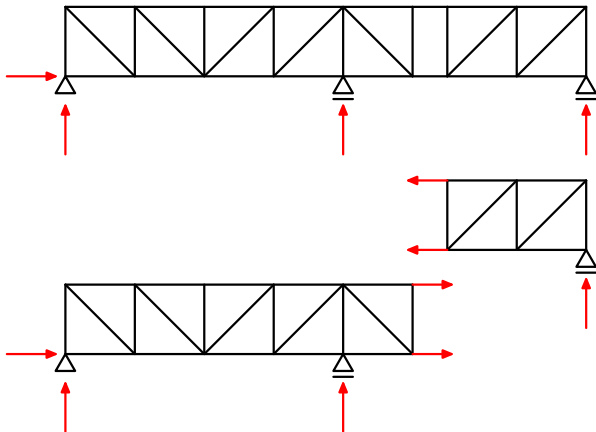
Historické soustavy

Kontrolní otázky

Složitější příhradové soustavy

staticky určité

Pro výpočet reakcí je vhodné některé příhradové soustavy rozdělit podobně jako u tuhých desek.



Příhradové konstrukce a názvosloví

Zjednodušující předpoklady

Statická určitost prutových soustav

Metody výpočtu

Obecná metoda styčných bodů

Zjednodušená metoda styčných bodů

Průsečná metoda

Tažené a tlačené pruty příhradových vazníků

Složitější příhradové soustavy

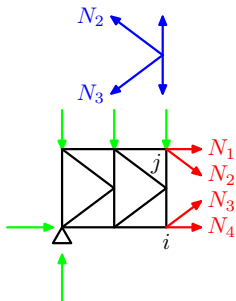
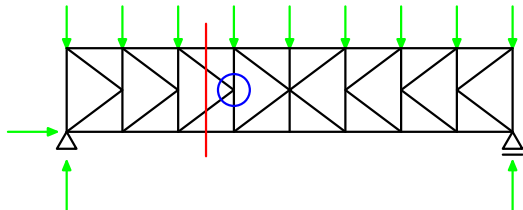
Historické soustavy

Kontrolní otázky

Složitější příhradové soustavy

Polopříčková soustava (K-soustava, K-bracing)

V některých případech je vhodné kombinovat průsečnou metodu s metodou styčných bodů.



$$\left. \begin{array}{l} \rightarrow: \dots = 0 \Rightarrow N_2 = -N_3 \\ \uparrow: \dots = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{cases} N_2 \\ N_3 \end{cases}$$

$$\overset{\curvearrowright}{i}: \dots = 0 \Rightarrow N_1$$

$$\overset{\curvearrowright}{j}: \dots = 0 \Rightarrow N_4$$

Příhradové konstrukce a názvosloví

Zjednodušující předpoklady

Statická určitost prutových soustav

Metody výpočtu

Obecná metoda styčných bodů

Zjednodušená metoda styčných bodů

Průsečná metoda

Tažené a tlačené pruty příhradových vazníků

Složitější příhradové soustavy

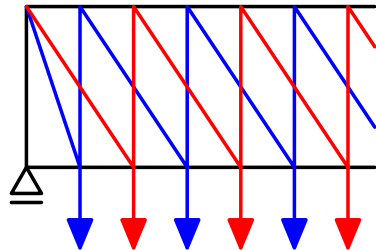
Historické soustavy

Kontrolní otázky

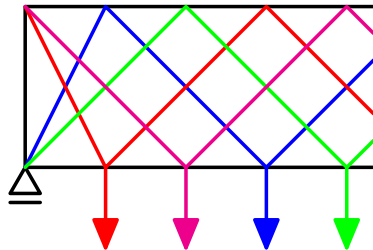
Historické příhradové soustavy

Dnes se nedoporučují.

Soustava násobná



Složená soustava



- ▶ Protínající se mezipásové pruty nejsou spojeny, tj. v jejich průsečíku není styčník.
- ▶ Jedná se o soustavy **staticky neurčité**, proto nelze určit normálové síly pouze ze statických podmínek rovnováhy.
- ▶ Dříve se řešilo přibližně rozložením do několika příhradových soustav staticky určitých, ale toto řešení vede k velkým chybám (u křivopásových nosníků až 25 %).
- ▶ **Dnes se nedoporučují!**

Příhradové konstrukce a názvosloví

Zjednodušující předpoklady

Statická určitost prutových soustav

Metody výpočtu

Obecná metoda styčných bodů

Zjednodušená metoda styčných bodů

Průsečná metoda

Tažené a tlačené pruty příhradových vazníků

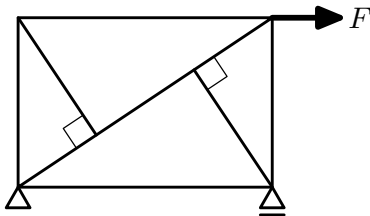
Složitější příhradové soustavy

Historické soustavy

Kontrolní otázky

Kontrolní otázky

Určete pruty s nulovou normálovou silou.



Příhradové konstrukce
a názvosloví

Zjednodušující
předpoklady

Statická určitost
prutových soustav

Metody výpočtu

Obecná metoda styčných
bodů

Zjednodušená metoda
styčných bodů

Průsečná metoda

Tažené a tlačené pruty
příhradových vazníků

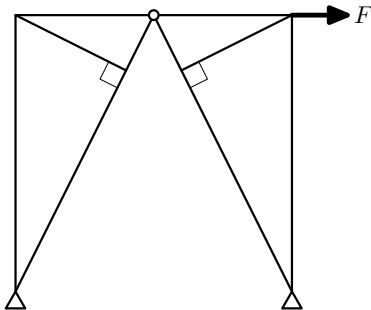
Složitější příhradové
soustavy

Historické soustavy

Kontrolní otázky

Kontrolní otázky

Určete pruty s nulovou normálovou silou.



Příhradové konstrukce a názvosloví

Zjednodušující předpoklady

Statická určitost prutových soustav

Metody výpočtu

Obecná metoda styčných bodů

Zjednodušená metoda styčných bodů

Průsečná metoda

Tažené a tlačené pruty příhradových vazníků

Složitější příhradové soustavy

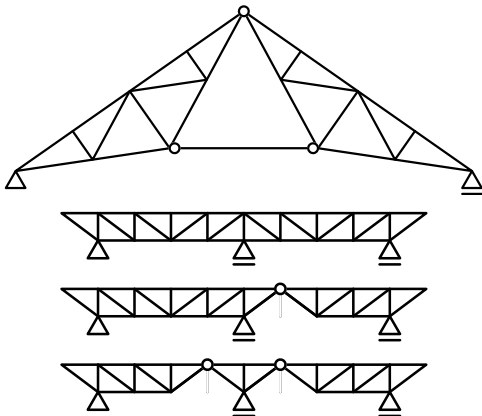
Historické soustavy

Kontrolní otázky

Kontrolní otázky

Určete, zda se jedná o příhradovou soustavu:

- staticky určitou,
- staticky neurčitou,
- staticky přeurčitou nebo výjimečný případ podepření.



Příhradové konstrukce a názvosloví

Zjednodušující předpoklady

Statická určitost prutových soustav

Metody výpočtu

Obecná metoda styčných bodů

Zjednodušená metoda styčných bodů

Průsečná metoda

Tažené a tlačené pruty příhradových vazníků

Složitější příhradové soustavy

Historické soustavy

Kontrolní otázky

Příhradové konstrukce
a názvosloví

Zjednodušující
předpoklady

Statická určitost
prutových soustav

Metody výpočtu

Obecná metoda styčných
bodů

Zjednodušená metoda
styčných bodů

Průsečná metoda

Tažené a tlačené pruty
příhradových vazníků

Složitější příhradové
soustavy

Historické soustavy

Kontrolní otázky

Děkuji za pozornost.